

## Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

Harjoitus 4, syksy 2009

1. Funktio  $f(x) = -2x^3 - x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , on bijektio  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Määää  $f^{-1}(0)$ ,  $f^{-1}(3)$ , ja  $f^{-1}(-57)$ .
2. Määää yhdistetyt funktiot  $f \circ g$ ,  $g \circ f$ , kun  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$  ja  $g(x) = \sqrt{x + 1}$ . Määää lisäksi  $\mathcal{M}(f \circ g)$  ja  $\mathcal{M}(g \circ f)$ .
3. Tutki funktion  $f$  kasvavuutta välillä  $I$ , kun  $f(x) = x^2 + x^4$  ja
  - a)  $I = [1, 3]$ ,
  - b)  $I = [-1, 0]$ ,
  - c)  $I = [-3, 2]$ .
4. Tutki funktion  $f$  parillisuutta tai parittomuutta, kun
  - a)  $f(x) = \frac{|x|}{1 + x^2}$ ,
  - b)  $f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$ ,
  - c)  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ,
  - d)  $f(x) = x^2 + x$ .
5. Olkoon  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  bijektio. Tutki onko  $f^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  pariton. Voiko bijektio  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olla parillinen?
6. Osoita, että funktio  $f(x) = \sqrt[3]{2x - 1}$ , on aidosti kasvava määritysjoukossaan.
7. Ratkaise seuraavat yhtälöt
  - a)  $27^{x-2} = 9^{2-\frac{4}{x}}$ ,
  - b)  $2^{-x} + 2^{1-x} = 6$ ,
  - c)  $\log_2(\log_3 x) = -1$ ,
  - d)  $x = 2 + 2^{\log_4 x}$ .