

## Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

### Harjoitus 5, syksy 2009

1. Radiumin määrä  $N_0$  pienenee puoleen ajassa 1580 vuotta. Kuinka kauan kestää k.o. radiumin määrän pieneneminen kymmenesosaan?
2. Olkoot  $\log_{12} 9 = p$  ja  $\log_{12} 10 = q$ . Määrää lukujen  $p$  ja  $q$  avulla
  - a)  $\log_{12} 2$ ,
  - b)  $\log_{12} 6$ ,
  - c)  $\log_{12} 15$ .
3. Määrää  $\sin x$ ,  $\cos x$  ja  $\tan x$  kun
  - a)  $x = \frac{5\pi}{3}$ ,
  - $x = \frac{101\pi}{6}$ ,
  - c)  $x = -\frac{67\pi}{3}$ .
4. Laske  $\sin \frac{x}{2}$  ja  $\cos \frac{x}{2}$ , kun  $\tan x = \frac{12}{5}$  ja tiedetään, että  $\pi < x < \frac{3}{2}\pi$ .
5. Ratkaise yhtälöt
  - a)  $\sin x = \sin 2x$
  - b)  $\cos 2x = \tan x + 1$
  - c)  $\sin x = -\cos x$
  - d)  $\sin x = \sin 5x - \sin 3x$ .
6. Olkoot  $m$  ja  $n \in \mathbb{R}$  kiinteitä. Osoita, että
  - a)  $\sin mx \sin nx = \frac{1}{2}[\cos(m-n)x - \cos(m+n)x]$
  - b)  $\sin mx \cos nx = \frac{1}{2}[\sin(m+n)x + \sin(m-n)x]$aina, kun  $x \in \mathbb{R}$ .