

Matematiikan perusmetodit I/Sov.

Harjoitus 9, syksy 2009

1. Määrittää seuraavat raja-arvot (mikäli ovat olemassa)

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(x+1)}{x^2+2x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 4x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{(x - \pi)^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+2}}{x+2}$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+2}}{x+2}$

g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$

2. Määrittää vakiolle a sellainen arvo, että

funktio $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x^2+1) & , x \leq a \\ \sqrt{x-a} - a & , x > a \end{cases}$

on jatkuva koko \mathbb{R} :ssä.

3. Olkoon f määritelty ehdolla

a) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos x - \cos 2x}$, kun $x \neq 0$,

b) $f(x) = \frac{\sqrt{1-|x|} - 1}{x^2 + x}$, kun $x \neq 0$.

Määrittää (mikäli mahdollista) $f(0)$, niin että f tulee jatkuvaksi origossa.

4. Tutki funktion f jatkuvuutta pisteessä $x = 1$,

kun $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & , x \leq 1 \\ x & , x > 1. \end{cases}$