

Todennäköisyyslaskenna peruskurssi

Harjoitus 3, syksy 2009

1. Laatikossa on 15 palloa, joista 5 on valkoista. Palloista valitaan umpimähkään ilman takaisinpanoa 10 palloa. Millä todennäköisyydellä otoksessa on
 - a) ainakin yksi valkoinen pallo,
 - b) kaikki valkoiset pallot?
2. Joukosta E , jossa on N alkioita otetaan n :n alkion satunnaisotos. Laske todennäköisyys sille, että tietty alkio $a \in E$ on mukana otoksessa, kun otanta tapahtuu
 - a) ilman takaisinpanoa,
 - b) takaisinpanolla.
3. 1500 m juoksussa on 36 kilpailijaa, jotka jaetaan arpomalla kolmeen alkuerään. Kussakin erässä on 12 kilpailijaa. Millä todennäköisyydellä Suomen Aalto ja Kenian Korir joutuvat samaan erään?
4. Ryhmä, johon kuuluu $2n$ poikaa ja $2n$ tyttöä jaetaan umpimähkään kahteen yhtäsuureen osaan. Millä todennäköisyydellä kummassakin osassa on yhtä paljon tyttöjä ja poikia? Arvioi tätä todennäköisyyttä käyttäen Stirlingin kaavaa.
5. Laatikossa on N palloa, jotka on numeroitu luvuin $1, 2, \dots, N$. Kokeessa nostetaan n palloa. Laske todennäköisyys sille, että suurin esiintyneistä luvuista on k , kun otanta tapahtuu
 - a) takaisinpanolla,
 - b) ilman takaisinpanoa.(Opastus: Käytä hyväksi tapahtumia $B_k =$ ”suurin luku on enintään k ”.)
6. Laatikossa on N palloa, joista K on valkoisia. Olkoot n ja k kokonaislukuja ja $k \leq K$ and $n \leq N$. Lisäksi P_1 edustaa otantaa ilman takaisinpanoa ja P_2 otantaa takaisinpanolla. Olkoon

$A_k =$ ”otoksessa on tasan k valkoista palloa”.

Osoita, että

$$\frac{P_1(A_k)}{P_2(A_k)} \rightarrow 1,$$

kun $K \rightarrow \infty$, $N \rightarrow \infty$ ja $N - K \rightarrow \infty$.