

Todennäköisyytlaskennan peruskurssi

Harjoitus 4, syksy 2009

1. Korttipakasta vedetään 5 korttia ilman takaisinpanoa. Laske todennäköisyys, että mukana on ainakin yksi ässä ehdolla, että kaikkien korttien arvo on vähintään 10. (Ässän arvo on 14)
2. Populaatiossa on 818 henkeä, joista 276 on rokotettu erästä epidemiaa vastaan. Epidemiaan sairastui 69 henkeä, joista 3 oli rokotettuja.
 - a) Mikä on todennäköisyys, että henkilö sairastui ehdolla, että hänet oli rokotettu?
 - b) Mikä on todennäköisyys, että henkilö oli rokotettu ehdolla, hän ei sairastunut?
3. Osoita: Jos $P(A) = P(B) = \frac{2}{3}$, niin $P(A|B) \geq \frac{1}{2}$.
4. Kahta noppaa heitetään. Olkoot tapahtumat

A = "Pistelukujen summa on 6,"

B = "1. nopan pisteluku on 4."

Onko $A \perp B$? Entä, jos A korvataan tapahtumalla "Pistelukujen summa on 7"?

5. Olkoot A ja B tapahtumia ja $0 < P(A) < 1$. Osoita: jos $P(B|A) = P(B|A^C)$, niin $A \perp B$.
6. Tehdas valmistaa tuotetta, jossa esiintyy kolmea virhettä: A , B ja C . Virheet esiintyvät toisistaan riippumatta todennäköisyyksillä $P(A) = 0,1$, $P(B) = 0,05$ ja $P(C) = 0,01$. Mikä on todennäköisyys sille, että tuotteessa eiintyy
 - a) kaikki kolme virhettä,
 - b) ei yhtään virhettä,
 - c) (B tai C) mutta ei A ,
 - d) korkeintaan yksi virhe?
7. Olkoot A , B ja C tapahtumia, joille $P(A) = P(B) = P(C) = 0,25$ Laske $P(A \cup B \cup C)$, kun
 - a) A , B ja C ovat riippumattomia,
 - b) $A \perp B$ ja $A \perp C$ sekä B ja C ovat toisensa poissulkevia.
8. Anna esimerkki tapahtumista, jotka eivät ole riippumattomia vaikka

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C).$$