

# Todennäköisyytlaskennan peruskurssi

## Harjoitus 6, syksy 2009

1. Ilmoita satunnaismuuttujan  $X$  jakauma seuraavissa tapauksissa.
  - a)  $X$  on viiallisten tuotteiden lukumäärä laatikossa, johon on pakattu 48 tuotetta. Oletamme, että kullakin tuotteella on toisistaan riippumatta todennäköisyys 0,05 olla viiallinen.
  - b)  $X$  on ässien lukumäärä vedettäessä 13 korttia korttipakasta ilman takaisinpanoa.
  - c)  $X$  on tietyssä lokerossa olevien pallojen lukumäärä, kun meillä on  $n$  palloa ja  $k$  lokeroa ja kukin pallo pannaan satunnaisesti valittuun lokeroon.
  - d)  $X$  on turhien kertojen lukumäärä toistuvassa kahden nopan heitossa ennen ensimmäisen kuutosparin esiintymistä.
  - e)  $X$  on värisokeiden lukumäärä 10 hengen otoksessa takaisinpanolla 100 hengen populaatiossa, jossa on kolme värisokeata.
2. Laske todennäköisyys, että  $X$  on parillinen, jos
  - a)  $X \sim \text{Geom}(p)$
  - b)  $X \sim \text{Bin}(n, p)$
  - c)  $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$
3. Lanttia heitetään kunnes sekä kruunu, että klaava ovat esiintyneet ainakin kaksi kertaa. Olkoon  $X$  sen kerran järjestysluku, jolla peli päättyy. Johda satunnaismuuttujan  $X$  pistetodennäköisyys- ja kertymäfunktiot ja määrää pienin arvo  $n$ , jolla  $P\{X \leq n\} > 0,9$ .
4. Viesti koostuu sadasta merkistä (joko 0 tai 1), joista jokainen merkki voi tiedonsiirtovaiheessa vaihtua (nollasta ykköseksi tai päinvastoin) todennäköisyydellä  $p = 0,001$  muista merkeistä riippumatta. Millä todennäköisyydellä viesti on alkuperäisessä muodossaan kymmenen tiedonsiirtovaiheen jälkeen?
5. Tikkataulu muodostuu samankeskisistä  $r$ -,  $2r$ -, ...,  $9r$ - ja  $10r$ -keskisistä ympyröistä, missä  $r > 0$  on vakio. Näistä muodostuva uloin rengas antaa yhden pisteen, seuraava 2 jne. Keskellä oleva ympyrä antaa 10 pistettä. Oletamme, että tauluun heitettäessä osa-alueen todennäköisyys on verrannollinen sen pinta-alaan. Määritä yhdellä tauluun osuvalla tikalla saatavan pisteluvun odotusarvo.