

# Todennäköisyyslaskennan peruskurssi

## Harjoitus 7, syksy 2009

1. Satunnaismuuttujan  $X$  tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} cxe^{-x}, & \text{kun } x > 0, \\ 0, & \text{muullloin.} \end{cases}$$

- Määritä vakio  $c$ ,
  - johda kertymäfunktio,
  - laske  $P\{0 < X < 1\}$ .
2. Maanalainen lähtee pääteasemaltaan kello 7 ja 8 välillä 3, 5, 8, 10, 13, 15, 18, ... minuuttia yli 7. Laske todennäköisyys sille, että asemalle saapuva henkilö ei joudu odottamaan minuuttia kauempaa, jos hänen saapumisaijansa jakautuu tasaisesti klo 7.02 ja 7.24 välille.
3. Henkilön odotusaika raitiovaunuun jakautuu tasaisesti välille  $]0, 10[$  (yksikkönä minuutti). Määritä todennäköisyys sille, että 4 minuuttia turhaan odottanut henkilö joutuu odottamaan vielä vähintään  $x$  minuuttia.
4. Tehdas valmistaa tuotetta, jonka kesto aika kulutuksessa (vuosissa laskettuna) on jakaumaltaan  $\text{Exp}(\lambda)$ , missä  $\lambda > 0$ . Tehtaan johto voi säädellä parametria  $\lambda$ . Mikä tulisi olla parametrin  $\lambda$  arvo, jotta todennäköisyys sille, että kesto aika olisi korkeintaan kolme vuotta, olisi vähintään 0,5?
5. Asiakalta pankissa kuluva aika on jakaumaltaan  $\text{Exp}(\frac{1}{10})$ , yksikkönä minuutti.
- Millä todennäköisyydellä asiakas viipty pankissa yli 15 minuuttia?
  - Millä todennäköisyydellä 10 minuuttia pankissa ollut asiakas viipty vielä yli 15 minuuttia?
6. Tehtaassa valmistetaan lentopostikirjekuoria. Oletamme, että kirjekuoren paino  $X$  noudattaa  $N(1,95, 0,05^2)$ -jakaumaa.
- Mikä on todennäköisyys sille, että umpimähkään valitun kirjekuoren paino on rajojen 1,8 g ja 2,1 g välissä?
  - Mikä on todennäköisyys sille, että umpimähkään valitun kirjekuoren paino on yli 2 grammaa?
  - Mikä on 100 kuoren pakkauksessa olevien yli 2 g painavien kuorten lukumäärän odotusarvo?
7. Määritä  $E(X)$ , kun satunnaismuuttajalla  $X$  on jatkuva jakauma tiheysfunktionaan  $f$ , kun
- $f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}$ , kaikilla  $x \in \mathbb{R}$ ;
  - $f(x) = \frac{8}{x^3}$ , kun  $x > 2$ ;
  - $f(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$ , kun  $x > 0$ .