

Todennäköisyytlaskennan peruskurssi

Harjoitus 8, syksy 2009

1. Määritä $E(X)$, kun satunnaismuuttajalla X on jatkuva jakauma tiheysfunktionaan f , missä

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{8}{x^3}, & \text{kun } x > 2 \\ 0 & \text{muulloin;} \end{cases}$

b) $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$, kaikilla $x \in \mathbb{R}$;

c) $f(x) = \begin{cases} xe^{-\frac{1}{2}x^2}, & \text{kun } x > 0, \\ 0 & \text{muulloin.} \end{cases}$

2. Olkoot X_1, X_2 ja X_3 riippumattomia, $N(1, 3)$ jakautuneita satunnaismuuttujia. Laske

$$P\{X_1 + X_2 + X_3 > 0\}.$$

3. Mittausvirheet X_1, X_2, \dots, X_n ovat riippumattomia satunnaismuuttujia yhteisenä jakaumanaan $N(0, \sigma^2)$ ja

$$P(|X_i| < a) = 0,95 \text{ kaikilla } i = 1, 2, \dots, n.$$

Millä indeksin n arvolla keskiarvolle \bar{X} pätee

$$P\{|\bar{X}| < \frac{a}{100}\} = 0,95?$$

4. Määritä satunnaismuuttujan $X - Y$ tiheysfunktio, kun $X \perp Y$ ja $X, Y \sim \text{Exp}(\lambda)$, missä $\lambda > 0$.
5. Johda satunnaismuuttujan $2X^2 + 1$ jakauma, kun $X \sim N(0, 1)$.
6. xy -tason pisteessä $(0, 1)$ lähtee valonsäde alaspäin. Tämä muodostaa y -akselin kanssa kulman Θ , jonka jakauma on $\text{Tas}(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. Olkoon X sen pisteen x -koordinaatti, jossa valonsäde leikkaa x -akselin. Johda satunnaismuuttujan X kertymä- ja tiheysfunktiot. Onko satunnaismuuttujalla X odotusarvoa?