

806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I  
Harjoitus 12, viikko 49, syksy 2009

1. Olkoon  $(X_1, X_2)$  satunnaisotos jakaumasta, jonka odotusarvo on  $\mu$  ja varianssi  $\sigma^2$ ,  $\mu$  ja  $\sigma^2$  tuntemattomia.

Tarkastellaan kolmea  $\mu$ :n piste-estimaattoria

$$U = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2, \quad V = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2, \quad \text{ja} \quad Y = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$$

- a) Osoita, että kaikki kolme ovat harhattomia  $\mu$ :n estimaattoreita.
- b) Mikä estimaattoreista on tehokkain ts. millä estimaattoreista on pienin varianssi?
2. Halutaan estimoida erään ruokakaupan asiakkaiden keskimääräinen viipymisaika liikkeessä ( $= \mu$ ). Kuudentoista satunnaisesti valitun asiakkaan otoksesta saatiin viipymisaikojen keskiarvoksi 25 minuuttia. Oletetaan, että viipymisaika ( $= x$ ) noudattaa normaalijakaumaa ja oletetaan (aiempien tulosten perusteella), että  $\sigma$  ( $=$  viipymisaikojen keskihajonta populaatiossa) on 6 minuuttia.
- a) Määrää  $\mu$ :lle piste-estimaatti.
- b) Määrää  $\mu$ :lle b1) 90%:n, b2) 95%:n luottamusväli. Tulkitse saadut välit.
- c) Mikä pitäisi otoskoon olla, jos haluttaisiin, että  $\mu$ :n c1) 90%:n, c2) 95%:n luottamusvälin pituus olisi korkeintaan neljä minuuttia ts. virhemarginaali olisi korkeintaan kaksi minuuttia?
3. Muuttujan  $x$  tiedetään noudattavan populaatiossa normaalijakaumaa  $N(\mu, 17^2)$ .  $n$ :n suuruudessa satunnaisotoksessa ko. populaatiosta  $x$ :n keskiarvoksi ( $= \bar{x}$ ) saatiin 123.

- a) Määrää  $\mu$ :lle ( $=$  populaation keskiarvo) 90%:n luottamusväli, jos otoskoko  $n$  on a1) 9, a2) 36, a3) 100.
- b) Miten otoskoon kasvaminen vaikuttaa virhemarginaaliin? Vertaile a)-kohdassa saatuja tuloksia.
- c) Miten luottamustason ( $= 1 - \alpha$ ) kasvattaminen vaikuttaa virhemarginaaliin? Määrää esim.  $\mu$ :n 95%:n luottamusväli, kun  $n = 9$  ja vertaa saatua väliä a1)-kohdassa saatuun.
4. Normaalijakaumasta  $N(\mu, \sigma^2)$  poimittiin 25:n suuruinen satunnaisotos ja tästä otoksesta saatiin  $\mu$ :n  $100(1 - \alpha)$  %:n luottamusväliksi (95.66, 104.34). Monenko prosentin luottamusväli on kysymyksessä?
5. Lämpökynttilöitä valmistavan yrityksen tuotantolinjalta valittiin satunnaisesti 10 kynttilää ja näiden paloajat (minuuteissa) mitattiin. Tulokset olivat:  
223, 245, 215, 256, 262, 233, 248, 261, 231, 268.

Oletetaan, että kynttilöiden paloaja ( $= x$ ) noudattaa normaalijakaumaa  $N(\mu, \sigma^2)$ , missä  $\mu$  ja  $\sigma^2$  ovat tuntemattomia.

- a) Määrää  $\mu$ :lle ja  $\sigma$ :lle piste-estimaatti.
- b) Määrää  $\mu$ :lle b1) 95%:n, b2) 99%:n luottamusväli. Tulkitse saadut välit.
- c) Määrää  $\sigma$ :lle 98%:n luottamusväli ja tulkitse se.
- d) Kynntilöiden valmistaja ilmoittaa keskimääräiseksi paloaajaksi neljä tuntia. Kommentoi tätä väitettä b)-kohdassa saamiesi luottamusvälien perusteella.
6. Suuren yrityksen johto halusi selvittää yrityksen työntekijöiden suhtautumista suunniteltuun uuteen bonusjärjestelmään. Satunnaisesti valituista 344 työntekijästä 261 kannatti uutta bonusjärjestelmää. Määrää uutta bonusjärjestelmää kannattavien suhteelliselle osuudelle populaatiossa ( $= \pi$ )
- a) piste-estimaatti
- b) b1) 90 %:n, b2) 95 %:n luottamusväli.  
Tulkitse saadut välit.
- c) Miten suuri otos yrityksen työntekijöistä pitäisi ottaa, jos haluttaisiin, että  $\pi$ :n c1) 90 %:n, c2) 95 %:n luottamusvälin pituus olisi korkeintaan 5 prosenttiyksikköä ts. virhemarginaali olisi korkeintaan 2.5 prosenttiyksikköä?
7. Puolueen AB kannatuksen 95%:n luottamusväliksi saatiin äänioikeutettujen suomalaisten satunnaisotokseen perustuvassa tutkimuksessa (18.4%, 22.4%).
- a) Tulkitse saatu väli.
- b) Määrää puolueen AB kannatuksen piste-estimaatti.
- c) Määrää luottamusvälin laskemisessa käytetty otoskoko.

## **MIKROLUOKKAHARJOITUKSET VIIKOILLA 49 ja 50**

### **RYHMÄT:**

TIISTAINA	KLO	12.15 - 13.45	M302	Jari Päckilä
TIISTAINA	KLO	14.15 - 15.45	M302	Jari Päckilä
KESKIVIIKKONA	KLO	12.15 - 13.45	M302	Jari Päckilä
KESKIVIIKKONA	KLO	14.15 - 15.45	M302	Jari Päckilä
TORSTAINA	KLO	8.30 - 10.00	M304	Eeva Vaaramo
TORSTAINA	KLO	10.15 - 11.45	M304	Eeva Vaaramo
TORSTAINA	KLO	10.15 - 11.45	M302	Päivi Laukkanen
TORSTAINA	KLO	12.15 - 13.45	M302	Päivi Laukkanen
TORSTAINA	KLO	14.15 - 15.45	M302	Marjatta Mankinen
TORSTAINA	KLO	16.00 - 17.30	M302	Marjatta Mankinen
PERJANTAINA	KLO	10.30 - 12.00	M302	Päivi Laukkanen
PERJANTAINA	KLO	12.15 - 13.45	M302	Eeva Vaaramo
PERJANTAINA	KLO	14.00 - 15.30	M302	Eeva Vaaramo

**HUOM.** Aloitusajat!