

Analyysi 2

6. harjoitus

1. Määritä kuvauksen $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y, z) = x + y + z \text{ kaikilla } (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

gradientti.

2. Tarkastellaan tehtävän 1 kuvausta f . Olkoon $e = (e_1, e_2, e_3) \in \mathbb{R}^3$ sellainen, että $f(e) = 0$. Osoita, että $\text{grad } f(x, y, z) \cdot e = 0$.

3. Laske funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y, z) = xy \sin z \text{ kaikilla } (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

suunnattu derivaatta suuntaan $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$ pisteessä $(1, 1, 1)$.

4. Määritä määritelmää 2.2.1 käyttäen kuvauksen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$f(x) = (x, 2x, 0) \text{ kaikilla } x \in \mathbb{R},$$

derivaatat pisteissä 0 ja 1.

5. Onko kuvaus $A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$,

$$A(x, y) = (x + y, x + 1) \text{ kaikilla } (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

jonkin funktion derivaatta?

6. Onko kuvaus $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$,

$$g(x, y) = (x \sin x, y \sin x) \text{ kaikilla } (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

differentioituva? Jos on, laske sen derivaatta pisteessä $(0, 1)$.

Lisätehtävä

1. Keksi kaksi eri kuvausta $f_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ja $f_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, joiden derivaatta pisteessä $(0, 0)$ on kuvaus $A(x, y) = (x, 2y)$.