**Johdatus matemaattiseen päättelyyn**
**4. harjoitus**

**1.** Todista induktioperiaatetta käyttäen, että

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ kaikilla } n = 1, 2, \ldots.$$

**2.** Todista induktioperiaatetta käyttäen, että

$$2^n > n \text{ kaikilla } n = 1, 2, \ldots.$$

**3.** Todista induktioperiaatetta käyttäen seuraava väite: jos $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ ja $a_1, \ldots, a_n$ ovat parillisia kokonaislukuja, niin $a_1 + \cdots + a_n$ on parillinen.

**4.** Tarkastellaan joukkoja $A = \{0, a, \alpha\}$, $B = \{0, 1, \alpha, \beta\}$ ja $C = \{1, \beta, \gamma\}$. Mitä ovat $A \cap B$, $A \cap C$, $(A \cup B) \cap C$, $(B \cap C) \setminus A$, $(B \setminus C) \cap A$ ja $(A \cup C) \setminus (B \cap C)$?

**5.** Tarkastellaan joukkoja $A = [0, 1]$, $B = [1, 3[$ ja $C = ]0, 4[$. Mitä ovat $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$, $A \cap C$, $B \cup C$, $B \cap C$, $B \setminus A$ ja $C \setminus A$? Piirrä kuva.

**6.** Tarkastellaan joukkoja $A = \{1\}$, $B = \{0, 1, 2\} \setminus A$ ja $C = B \cap \{0, 1\}$. Mitkä seuraavista väitteistä ovat totta?
(a) $\{0\} \subset C$
(b) $\emptyset \in A$
(c) $0 \in B \cap C$
(d) $2 \notin A \cup B$
(e) $\{2\} \in B \setminus C$
(f) $\emptyset \subset B$

**7.** Keksi sellaiset joukot $A$, $B$ ja $C$, että $(A \cup B) \cap C \neq A \cup (B \cap C)$.