

Johdatus matemaattiseen päättelyyn
6. harjoitus

1. Määritellään $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2}$, ja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x$.
(a) Onko $f(x) = g(x)$ kaikilla $x \geq 0$?
(b) Laske $f(-3)$ ja $g(-3)$.

Tehtävissä 2 ja 3 tarkastellaan joukkoja $X = \{x, y, z\}$ ja $Y = \{1, 2\}$.

2. Kuinka monta erilaista funktiota voidaan määrittellä joukosta X joukkoon Y ?
3. Kuinka monta erilaista funktiota voidaan määrittellä joukosta Y joukkoon X ?

Tehtävissä 4 ja 5 tarkastellaan joukkoja $A = \{v, w, x, y, z\}$ ja $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ sekä kuvausta $f : A \rightarrow B$,

$$f(v) = 2, f(w) = 5, f(x) = 3, f(y) = 3 \text{ ja } f(z) = 4.$$

4. Mitä ovat $f(\{v\})$, $f(\{x, y\})$, $f^{-1}(\{3\})$ ja $f^{-1}(\{1\})$?
5. Mitä ovat $f^{-1}(f(\{v, x, z\}))$ ja $f(f^{-1}(\{3, 4, 5\}))$?

Tehtävissä 6 ja 7 tarkastellaan funktiota $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - 3x$.

6. Mitä ovat $f\{-2, -1, 0, 1\}$, $f(\mathbb{N})$, $f([1, 4[)$ ja $f([-2, 0[\cup]1, 2])$?
7. Mitä ovat $f^{-1}(]5, 10])$, $f^{-1}(]2, 4[\cap]3, 5])$, $f(f^{-1}([-2, 4]))$ ja $f^{-1}(f(]1, 5]))$?

Tehtävissä 8 ja 9 muodosta yhdistetyt kuvaukset $f \circ g$ ja $g \circ f$ (mikäli ne on määritelty), kun

8. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - 3x$, ja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + x$.
9. $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(m) = 2m + 3$, ja $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$, $g(n) = n - 10$.