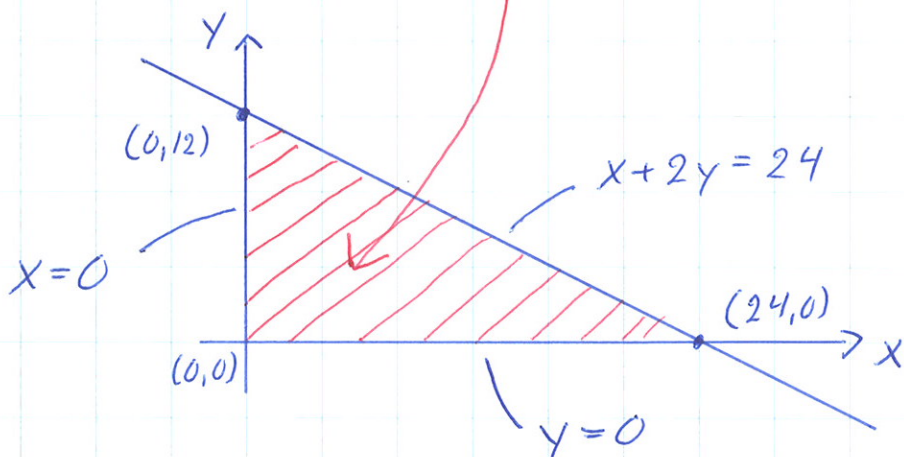


Min/max $f(x,y) = 5x^2 + 6y^2 - xy$

ehtolla $\begin{cases} x+2y \leq 24 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

Ehtoalue



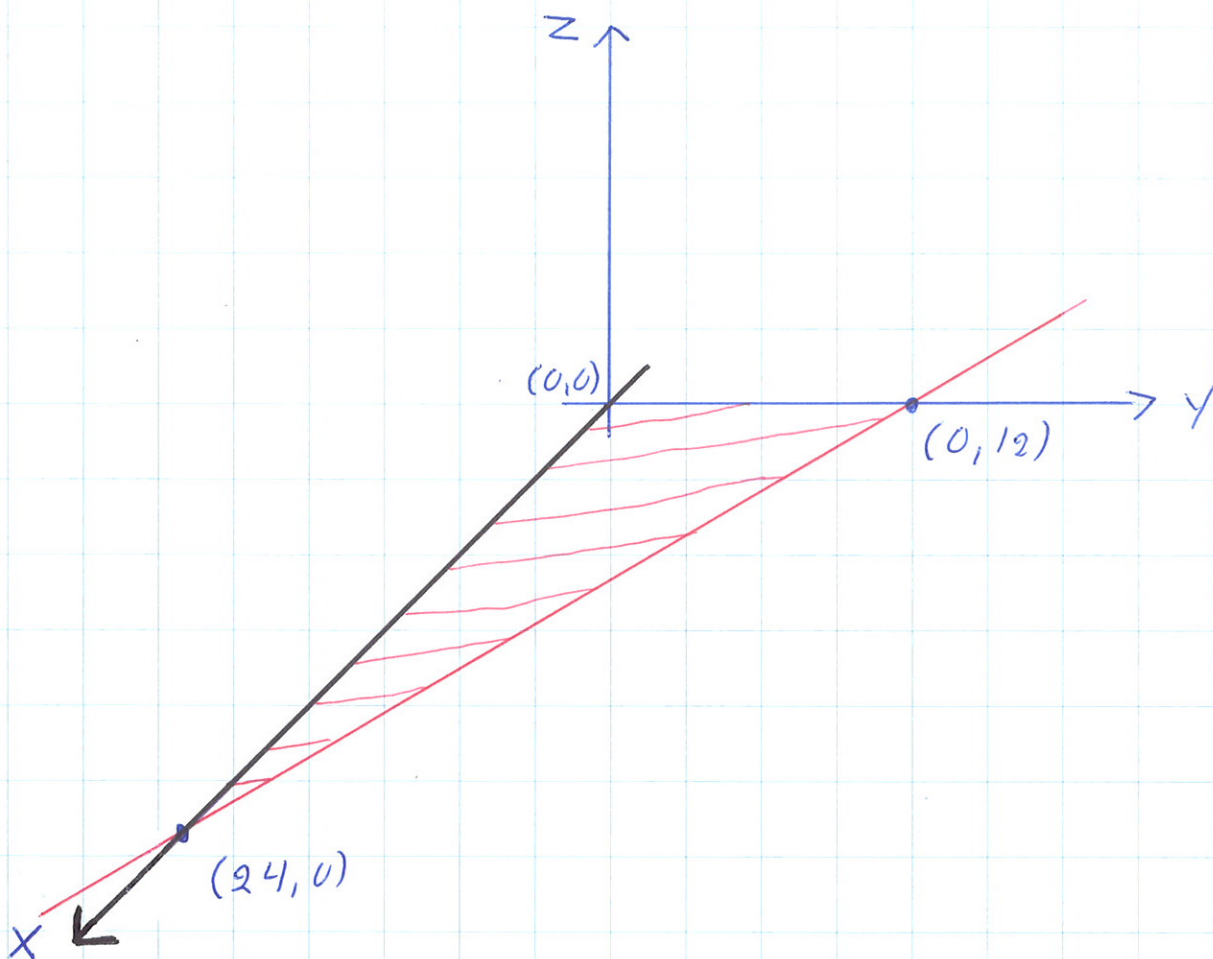
Reunat:

$$x=0$$

$$y=0$$

$$x+2y=24$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 12$$



$$\text{Max/min } f(x, y) = 5x^2 + 6y^2 - xy$$

$$\text{ehdolla } \begin{cases} x + 2y \leq 24 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

1. Alueen sisus (normaali ääriarvotarkastelu ilman ehtoa)

$$\text{min/max } f(x, y) = 5x^2 + 6y^2 - xy$$

Mahdolliset paikalliset ääriarvokohdat:

$$\begin{cases} f_x = 10x - y = 0 \\ f_y = 12y - x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Piste (0,0) toteuttaa ehdot

Laatu:

$$f_{xx} = 10, f_{yy} = 12, f_{yx} = -1,$$

$$\Delta = 10 \cdot 12 - (-1)^2 = 119$$

$\Delta(0, 0) = 119 > 0 \Rightarrow (0, 0)$ on paikallinen ääriarvokohta

$$\begin{cases} f_{xx}(0, 0) = 10 > 0 \\ f_{yy}(0, 0) = 12 > 0 \end{cases} \Rightarrow (0, 0) \text{ on paikallinen minimikohta ilman ehtoa}$$

Ainoana ääriarvokohtana (0,0) on absoluuttinen minimikohta ilman ehtoa

Koska (0,0) toteuttaa ehdot, se on myös absoluuttinen minimikohta ehtoalueessa

2. Reuna $x + 2y = 24$ (Lagrange)

$$\text{min/max } f(x, y) = 5x^2 + 6y^2 - xy \text{ ehdolla } x + 2y - 24 = 0$$

Kohdefunktio:

$$F(x, y, \lambda) = 5x^2 + 6y^2 - xy - \lambda(x + 2y - 24)$$

Mahdolliset paikalliset ääriarvokohdat:

$$\begin{cases} F_x = 10x - y - \lambda = 0 \\ F_y = 12y - x - 2\lambda = 0 \\ x + 2y - 24 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 9 \\ \lambda = 51 \end{cases}$$

Piste (6,9) toteuttaa ehdot

Laatu:

$$F_{xx} = 10, F_{yy} = 12, F_{yx} = -1,$$

$$\Delta = 10 \cdot 12 - (-1)^2 = 119$$

$\Delta(6,9) = 119 > 0 \Rightarrow (6,9)$ on paikallinen ääriarvokohta reunalla $x + 2y = 24$

$$\begin{cases} F_{xx}(6,9) = 10 > 0 \\ F_{yy}(6,9) = 12 > 0 \end{cases} \Rightarrow (6,9) \text{ on paikallinen minimikohta reunalla } x + 2y = 24$$

3. Reuna $x = 0$ (sijoitus)

$$\min/\max f(x,y) = f(0,y) = 6y^2 = f(y)$$

Mahdolliset paikalliset ääriarvokohdat:

$$f'(y) = 12y = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0,0)$$

Piste (0,0) toteuttaa ehdot

Laatu:

$$f''(y) = 12,$$

$$f''(0) = 12 > 0 \Rightarrow (0,0) \text{ on paikallinen minimikohta reunalla } x = 0$$

4. Reuna $y = 0$ (sijoitus)

$$\min/\max f(x,y) = f(x,0) = 5x^2 = f(x)$$

Mahdolliset paikalliset ääriarvokohdat:

$$f'(x) = 10x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow (0,0)$$

Piste (0,0) toteuttaa ehdot

Laatu:

$$f''(x) = 10,$$

$$f''(0) = 10 > 0 \Rightarrow (0,0) \text{ on paikallinen minimikohta reunalla } y = 0$$

5. Nurkat

(0,0): paikallinen minimikohta

(0,12): paikallinen maksimikohta

(24,0): paikallinen maksimikohta

6. Päättely

$f(0,0) = 0$ paikallinen minimiarvo, absoluuttinen minimiarvo ehtoalueessa

$f(6,9) = 612$ paikallinen minimiarvo reunalla $x + 2y = 24$

$f(0,12) = 6 \cdot 12^2 = 844$ paikallinen maksimiarvo

$f(24,0) = 5 \cdot 24^2 = 2880$ paikallinen maksimiarvo, absoluuttinen maksimiarvo

ehtoalueessa