

Matematiikan perusteet taloustieteilijöille I

Harjoitus 9, syksy 2010

1. Derivoi funktio $x^{\frac{1}{x}}$.
2. a) Laske $(f^{-1})'(2)$, kun $f(x) = \sqrt{x-1}$. Vast: 4
b) Määrä funktion $f(x) = \ln x$ kohtaan $x = e$ piirretyn tangentin yhtälö.
3. Tutki seuraavan funktion jatkuvuutta ja derivoituvuutta

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 1 \\ x + 1, & -1 < x < 1 \\ x^2 + 1, & 1 \leq x \leq 3 \\ 6x - 8, & x > 3 \end{cases}$$

4. Määritä kolme ensimmäistä derivaattaa kohdassa $x = 0$, kun Vast: \mathbb{R} .
 $f(x) = \sqrt{x} + e^{x^2+1}$.
5. Määritä $f'(x_0)$, jos $y = f(x)$ on derivoituva funktio, joka on määritelty implisiittisesti seuraavilla yhtälöillä.
a) $x^2 + 3xy + 2y^2 - 3 = 0$, $x_0 = -1$ Vast: $-\frac{4}{5}$
b) $\frac{x+y}{xy} + \frac{3}{4} = 0$, $x_0 = -1$. Vast: -16

6. Laske raja-arvot (L'Hospital)

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^2 - 2x + 1}$ Vast: -1 (Huom. 2 x L'H)
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}$ Vast: 1
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln e^{3x} - 5x}{x}$ Vast: -2
- d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln e^{3x} - 5x}{x}$ Vast: 3

7. Olkoon $f(x) = \ln x$, alkutilanne $x_0 = e$ ja muuttujan x muutos $\Delta x = 10$.

Mikä on tällöin funktion todellinen muutos Δf ja differentiaali df .

Vast: $\Delta f = 1,5430$, $df = 3,6787$