Matematiikan perusteet taloustieteilijöille I

Harjoitus 10, syksy 2010

1. Onko funktio $f(x)$ jatkuva ja derivoituva, kun

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + y, & x < 1 \\ 2x + 2y, & x \geq 1 \end{cases}$$

2. Määritä f_x ja f_y sekä mahdollisesti f_z, kun

   a) $f(x, y) = 2x^5y - xy^3$

   b) $f(x, y) = x^y + y^x$

   c) $f(x, y) = \ln (x^2 + y^2)^2$

   d) $f(x, y, z) = 2xy^2(y^3x + e^{2z})^2$.

3. Määritä funktion $f(x, y) = x^2y^5$ muuttujan x muutosta $0,5$ ja muuttujan y muutosta $-0,2$ vastaava kokonaisdifferentiaali df pisteessä $(1, 2)$. Laske myös funktion arvon todellinen muutos Δf.

   Vast: $df = 16$, $\Delta f = 10,5$.

4. a) Olkoon $f(x, y) = x^2 - 3xy^2$, missä $x = uv$ ja $y = u^2 + v^2$. Määritä $\frac{\partial f}{\partial u}$ ja $\frac{\partial f}{\partial v}$.

   b) Laske funktion $f(x, y, z) = x^3e^{3y^2} + z^2$ toisen kertaluvun osittaisderivaatat.

5. (Extra). Määritä $\frac{\partial z}{\partial x}$ ja $\frac{\partial z}{\partial y}$ ja niiden arvo pisteessä $(0, 0)$, kun $z = f(x, y)$ toteuttaa yhtälön $x^2z + y^2z + z^2 = 1$. Huom. implisiittinen derivointi.