

Matematiikan perusteet taloustieteilijöille I

Harjoitus 6, syksy 2010

1. Tutki seuraavien funktioiden bijektiivisyyttä ja määritä käänteisfunktio, jos mahdollista

a) $f(x) = x^2 + 2x + 1$

Vast: $f^{-1}(x) = -1 \pm \sqrt{x}$

b) $f(x) = \sqrt{x-1}$

Vast: $f^{-1}(x) = x^2 + 1$

c) $f(x) = 5x + 3$

Vast: $f^{-1}(x) = \frac{1}{5}x - \frac{3}{5}$.

2. Määritä

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 5}{x^3 + 6x^2 + 7}$

Vast: $\frac{1}{2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, kun $f(x) = \begin{cases} -x + 1, & x \geq 0 \\ 3x, & x < 0 \end{cases}$

Vast: \nexists

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{3x^2}$

Vast: 0

d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{x-3}$

Vast: \nexists

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3}$

Vast: 0

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3}$

Vast: \nexists

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^3}\right)^2$

Vast: ∞ .

3. Määritä

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$

Vast: $\frac{9}{2}$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}\right)$

Vast: $-\frac{1}{4}$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^3 - 4x^2 - 5x + 3}{2x^2 + 3x - 2}$

Vast: $-\frac{6}{5}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + x^3 + x^4 - 4}{x - 1}$

Vast: 10