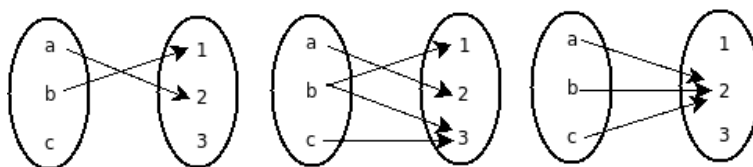


# Matematiikan perusmetodit/mat.

## Harjoitus 2 syksy 2010

### A osa:

1. Tiedetään, että  $|a| \leq 2$  ja  $|b| \leq 7$ . Arvioi lukua  $|4a + b|$  ylöspäin.
2. Osoita kolmioepäyhtälöä käyttäen, että
  - a)  $|x - 1| \geq 1$  aina, kun  $|x| \geq 2$ ,
  - b)  $|4x + 7| + |4x - 1| \geq 8$  kaikilla  $x \in \mathbb{R}$ .
3. Olkoon  $a > 0$ ,  $|x - 1| < a$  ja  $|y - 1| < a$ . Osoita, että  $|x - y| < 2a$ .



4. Yllä olevat kuviot esittävät relaatioita joukosta  $\{a, b, c\}$  joukkoon  $\{1, 2, 3\}$ . Mitkä niistä ovat funktioita? Ovatko funktiot injektioita tai surjektioita? Piirrä vastaavat kuviot seuraavanlaisista funktioista: a) injektio, joka ei ole surjektio, b) surjektio, joka ei ole injektio sekä c) bijektio.
5. Ovatko seuraavat funktiot injektioita, surjektioita tai bijektioita:
  - a)  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = x + 2$ , b)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(x) = x + 2$ ,
  - c)  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = 2x - 1$ , d)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 1$ .
6. Funktiolla  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^3 + x$ , on käänteisfunktio. Määrittää  $f^{-1}(3)$ .
7. Olkoot funktiot  $f_i: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , sellaisia, että  $f_1(x) = 3x + 5$ ,  $f_2(x) = -x + 3$ ,  $f_3(x) = x^2 + 2$  ja  $f_4(x) = x^2 + x + 5$ . Ratkaise epäyhtälöt:
  - a)  $|f_1(x) - 11| < 3$ ,
  - b)  $|f_2(x) + 5| < \frac{1}{2}$ ,
  - c)  $|f_3(x) + 2| < 5$ ,
  - d)  $|f_4(x) - 7| < 1$ .

# Matematiikan perusmetodit/mat.

## Harjoitus 2 syksy 2010

### B osa:

1. Ratkaise epäyhtälöt:

a)  $\sqrt{4x+5} < x+2$ ,

b)  $\sqrt{x+1} \geq 3x-1$ ,

c)  $\sqrt{x+1} < \sqrt{x+2} - 3$ .

2. Osoita, kolmioepäyhtälöä käyttäen, että

a)  $|x^2 - 4| < 5$  aina, kun  $|x - 2| < 1$ ,

b)  $|\frac{2+x}{2-x}| < 2$  aina, kun  $|x| < \frac{1}{2}$ .

3. Olkoon  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$  ja  $f: [0, 99] \rightarrow B$ ,  $f(x) = \frac{2}{x+1}$ . Osoita, että  $f$  on vähenevä. Määrä  $f$ :n arvojoukko  $R_f$  ja määrä  $f^{-1}: R_f \rightarrow [0, 99]$ .

4. Ovatko seuraavat funktiot injektioita, surjektioita tai bijektioita:

a)  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(x) = x^2$ ,

b)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{kun } x \neq 0 \\ 0, & \text{kun } x = 0 \end{cases},$$

c)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ .