

# Matematiikan perusmetodit/mat.

## Harjoitus 7 syksy 2010

### A osa:

- Määrittää sellainen luku  $a \in \mathbb{R}$ , että raja-arvo  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 - 6x + 4}{x^2 - x - 2}$  on äärellisenä olemassa. Mikä tämä raja-arvo on?
- Määrittää sellaiset luvut  $a, b \in \mathbb{R}$ , että raja-arvo  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx + 1}{x - 1}$  on äärellisenä olemassa. Mikä tämä raja-arvo on?
- Osoita tarkasti (määritelmään perustuen), että
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} -2x^3 = -\infty$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 2} -\frac{1}{(x-2)^2} = -\infty$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x^3} = 0$ .
- Määrittää raja-arvot
  - $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x-3}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{7x}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(11x) \sin(10x) \sin(59x)}{x^3}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 8x}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 4x}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 2x - 1}{x^2}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\cos x \sin x}$ .
- Määrittää raja-arvot
  - $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\sqrt{3x} - \sqrt{2x}}{\sqrt{x}}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 4-} \frac{\sqrt{x} - 2}{|x - 4|}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + 5x^2 - 1}{3x^6 + 8}$ .
- Määrittää raja-arvot
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$ .
- Määrittää raja-arvot
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x}{x}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x^2}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+x} - 2}{\sin(x-1)}$ .

# Matematiikan perusmetodit/mat.

## Harjoitus 7 syksy 2010

### B osa:

- Määää sellaiset luvut  $a, b \in \mathbb{R}$ , että raja-arvo  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x-ax-b}}{x^2}$  on äärelisenä olemassa. Mikä tämä raja-arvo on?
- Osoita tarkasti (määritelmään perustuen), että
  - $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 + 5 = \infty$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + x + 5 = -\infty$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 5}{x^2 + 2} = 3$ .
- Määää raja-arvot
  - $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(\pi x)}{x-2}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi x + x^2)}{x}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{(x-\pi)^2}$ .
- Määää raja-arvot
  - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{9x^3 + 12x^2 + 1991x - 2112}{x-1}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{9x^3 + 12x^2 + 1991x - 2112}{(x-1)^2}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{\tan x}$ .
- Määää raja-arvot
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x - \sin 2x}{x^3}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos(x + \frac{\pi}{4})}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 2x}{x^2}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\cos x - 1)}{x^2}$ .
- Määää raja-arvot ( $[x]$  = suurin kokonaisluku, joka  $\leq x$ )
  - $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 1} \sin(\frac{\pi}{2}[x])$ ,
  - $\lim_{x \rightarrow 1} [\sin(\frac{\pi}{2}x)]$ .