

Matematiikan perusmetodit I/Sov.

Harjoitus 10, syksy 2010

1. Määää $f'(x)$, kun

a) $\cos(x + \sin x)$,

b) $f(x) = \frac{\tan x}{1 + \tan x}$

c) $f(x) = \overline{arc} \sin \left(\frac{2x}{x^2+1} \right)$

d) $f(x) = \overline{arc} \tan \sqrt{x}$

e) $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

f) $f(x) = \log_a x \sqrt{x}$.

2. Määää $(f^{-1})'(x_0)$, kun

a) $f(x) = e^x + x$ ja $x_0 = 1$,

b) $f(x) = 1 + 2^{x+2}$, $x_0 > 1$.

3. Määää $f'(x)$, kun

a) $f(x) = x^{x^x}$, b) $f(x) = x^{\sin x}$, c) $(\log x)^{\log x}$.

4. Osoita väliarvolauseen avulla, että

$$\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x, \text{ kun } x > -1 \text{ ja } x \neq 0.$$

5. Määää $f'(x)$, kun

a) $f(x) = \overline{arc} \tan \left(\frac{x-1}{x+1} \right) + \overline{arc} \tan \frac{1}{x}, x \neq 0 \text{ ja } x \neq -1.$

b) $f(x) = \overline{arc} \tan x - \overline{arc} \sin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}.$

Tutki $f'(x)$:n avulla millaisia arvoja $f(x)$ voi saavuttaa.