

Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

Harjoitus 1, syksy 2010

1. Osoita induktion avulla, että

$$\text{a) } 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \text{ aina, kun } n \in \mathbb{Z}_+,$$

$$\text{b) } \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1} \text{ aina, kun } n \in \mathbb{Z}^+.$$

2. Määrää 10-järjestelmän luku 101 binäärilukuna. Määrää binääriluku 1011011 kymmenjärjestelmän lukuna.

3. Määrää jaksolliset desimaaliluvut

0.212121... ja 2.221221221...

rationaalilukuina.

4. Ratkaise epäyhtälöt

$$\text{a) } \frac{1}{1-x} > 1+x, \quad \text{b) } \frac{x}{x+2} > \frac{x+3}{3x+1}.$$

5. Ratkaise yhtälöt

$$\text{a) } 2 < |x-3| < 3,$$

$$\text{b) } |x-a| < |x-(a+1)| \quad (a \in \mathbb{R} \text{ vakio}),$$

$$\text{c) } \left| |x+3| - |x-2| - |x| \right| \leq 1.$$