

Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

Harjoitus 2, syksy 2010

1. Ratkaise epäyhtälö

$$\frac{x}{x+2} > \frac{x+3}{3x+1}.$$

2. Oletetaan, että $0 < a < 1$ ja $0 < b < 1$. Osoita, että

$$\frac{1+ab}{a+b} > 1.$$

3. Määrä $\mathcal{M}(f)$ ja $\mathcal{A}(f)$, kun

a) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, b) $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$.

4. Olkoot f ja g funktioita, joille

$$f(x) = \frac{x}{x^2-4} \quad \text{ja} \quad g(x) = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+2}.$$

Osoita, että $\mathcal{M}(f) = \mathcal{M}(g)$. Onko mahdollista määrätä vakioille a ja b sellaiset arvot, että $f = g$?

5. Tutki, mitkä seuraavista funktioista ovat bijektioita $\mathcal{M}(f) \rightarrow \mathcal{A}(f)$. Määrä $f^{-1} : \mathcal{A}(f) \rightarrow \mathcal{M}(f)$ mikäli mahdollista.

a) $f(x) = x^2 + 2, x \in \mathbb{R}$, b) $f(x) = x^2 + 2, x \geq 0$,

c) $f(x) = x^2 + 2, x \leq 0$, d) $f(x) = x|x|, x \in \mathbb{R}$,

e) $f(x) = x^2 + x, x \in \mathbb{R}$, f) $f(x) = \frac{1}{x}, x > 0$.

6. Määrä $f^{-1}(x)$, kun $f(x) = x^2 + x, x \geq -\frac{1}{2}$.