Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

Harjoitus 5, syksy 2010

1. Olkoot m ja $n \in \mathbb{R}$ kiinteitä. Osoita, että
   a) $\sin mx \sin nx = \frac{1}{2}[\cos(m-n)x - \cos(m+n)x]$
   b) $\sin mx \cos nx = \frac{1}{2}[\sin(m+n)x + \sin(m-n)x]$
   aina, kun $x \in \mathbb{R}$.

2. Määrää $\overline{arc}\sin\frac{1}{2}, \overline{arc}\sin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \overline{arc}\cos 0, \overline{arc}\cos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
   ja $\overline{arc}\tan\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

3. Sievennä lausekkeet $\sin(\overline{arc}\cos x), \overline{arc}\cos(\sin x)$ ja $\sin(2\overline{arc}\cos x)$.

4. Lausu $f(x)$ muodossa $f(x) = r\sin(x+\varphi)$($r > 0$ ja $\varphi \in \mathbb{R}$ vakioita), kun

   a) $f(x) = -\sin x + \sqrt{3}\cos x$ *b)* $f(x) = -\sin x - \sqrt{3}\ \cos x,\ x \in \mathbb{R}$.

5. Osoita, että $\overline{arc}\ \tan x + \overline{arc}\ \cot x = \dfrac{\pi}{2}$ aina kun $x \in \mathbb{R}$.

6. Funktio $f(x) = \overline{arc}\sin(1-x^2),\ x \in [0,1]$, on bijektio $\mathcal{M}(f) \to \mathcal{A}(f)$. Määrää $\mathcal{A}(f)$ ja $f^{-1}(x)$.