Matematiikan perusmetodit I / Soveltajat

Harjoitus 8, syksy 2010

1. Määrää seuraavat raja-arvot (mikäli ovat olemassa):

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+27}-3}{x^2+3x}$

b) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{x\sqrt{x}-8}{x^2-4x}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x(x+1)}{x^2+2x}$

d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\overline{arc}\sin x}{x}$

e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 3x - \cos 2x}{x^2+x}$

f) $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{1+\cos x}{(x-\pi)^2}$

g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a^x - 1}{x}$

h) $\lim\limits_{x\to \infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+2}-\sqrt{x})$

i) $\lim\limits_{x\to -\infty} (1+\dfrac{1}{x})^x$

j) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$

2. Määrää vakioille a ja $b \in \mathbb{R}$ sellaiset arvot, että raja-arvo

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-ax-b}{x^2}$$

on olemassa (äärellisenä) ja määrää ko. raja-arvo.

3. Määrää vakiolle a sellainen arvo, että

funktio $$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x^2+1) & ,x \le a \\ \sqrt{x-a}-a & ,x > a \end{cases}$$

on jatkuva koko $\mathbb{R}$:ssä.