

**Matematiikan perusmetodit I/Sov.**

**Harjoitus 9, syksy 2010**

1. Olkoon  $f$  määritelty ehdolla

$$\text{a) } f(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos x - \cos 2x}, \quad \text{kun } x \neq 0,$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{\sqrt{1-|x|} - 1}{x^2 + x}, \quad \text{kun } x \neq 0.$$

Määrää (mikäli mahdollista)  $f(0)$ , niin että  $f$  tulee jatkuvaksi origossa.

2. Tutki funktion  $f$  jatkuvuutta pisteessä  $x = 1$ ,

$$\text{kun } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & , x \leq 1 \\ x & , x > 1. \end{cases}$$

3. Osoita, että funktio  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , on rajoitettu.

4. Olkoon  $f$  jatkuva funktio  $[0, 1] \rightarrow [0, 1]$ . Osoita, että on olemassa  $x_0 \in [0, 1]$ , jolle  $f(x_0) = x_0$ .

5. Määrää määritelmän avulla

$$f'(x_0), \text{ kun } f(x) = \frac{1}{x} \text{ ja } x_0 \neq 0.$$

6. Määrää  $f'(x)$ , kun

$$\text{a) } f(x) = (x^2 + 5)^5(x^3 - 2)^3 \quad \text{b) } f(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3$$

$$\text{c) } f(x) = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \quad \text{d) } f(x) = |x - 1| \quad \text{e) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$