

806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I
Harjoitus 10, viikko 46, syksy 2010

1. Eräällä professorilla on tapana jatkaa luentoa vielä varsinaisen päättymisajan jälkeen. Tämän yliajan ($=X$. min.) on opiskelijoiden tekemien mittausten perusteella todettu noudattavan likimain tasaista jakaumaa välillä 0:sta 10:een.
 - a) Esitä X :n tiheysfunktio ja kertymäfunktio ja piirrä niiden kuvaajat.
 - b) Mikä on todennäköisyys, että luento menee yliajalle
 - b1) korkeintaan kaksi minuuttia,
 - b2) yli kuusi minuuttia ?
 - c) Laske X :n odotusarvo ja varianssi.
2. Asiakkaiden palveluajan ($= X$) erään kirjaston infotiskillä on todettu noudattavan likimain eksponenttijakaumaa keskimääräisen palveluajan ($=$ odotusarvon) ollessa 5 minuuttia.
 - a) Esitä X :n tiheysfunktio ja kertymäfunktio ja piirrä (hahmottele) niiden kuvaajat.
 - b) Monellako prosentilla infotiskillä asioivista palveluaika kestää
 - b1) alle 30 sekuntia,
 - b2) vähintään viisi minuuttia,
 - b3) kolmesta kymmeneen minuuttia?
 - c) Mikä on todennäköisyys, että asiakasta, jota on jo palveltu 15 minuuttia, palvelullaan vielä yli viisi minuuttia?
 - d) Määrää palveluajan mediaani ja varianssi.
3. Satunnaismuuttuja $Z \sim N(0, 1)$.
Määrää seuraavat todennäköisyydet:
 - a) $P(Z > 0)$, b) $P(Z \geq 0)$, c) $P(Z > 0.54)$,
 - d) $P(Z > -2.27)$, e) $P(Z < -1.87)$, f) $P(Z \leq 1.42)$,
 - g) $P(|Z| > 1.7)$, h) $P(-0.65 \leq Z \leq 0.30)$, i) $P(Z > 3.98)$.
4. Satunnaismuuttuja $Z \sim N(0, 1)$.
Määrää z siten, että
 - a) $P(Z \geq z) = 0.5$, b) $P(Z \geq z) = 0.2643$,
 - c) $P(Z \leq z) = 0.8729$, d) $P(Z \leq z) = 0.1500$.
5. Satunnaismuuttuja $X \sim N(117, 15^2)$.
 - a) Määrää seuraavat todennäköisyydet:
 - a1) $P(X > 120)$, a2) $P(X \geq 95)$, a3) $P(110 \leq X \leq 140)$.
 - b) Määrää x siten, että
 - b1) $P(X \geq x) = 0.5$, b2) $P(X \geq x) = 0.30$,
 - b3) $P(X \leq x) = 0.15$.

6. Osoita, että normaalijakaumaa $N(\mu, \sigma^2)$ noudattavalle satunnaismuuttujalle X on voimassa seuraavat tulokset:
- $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0.6826$,
 - $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0.9544$,
 - $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 0.9972$.
7. Tarkastellaan kahta sijoitusvaihtoehtoa A ja B, joihin kumpaankin liittyy epävarmuus tuoton suuruudesta. Oletetaan, että A:n tuottoprosentti ($=X$) noudattaa normaalijakaumaa $N(8, 1.2^2)$ ja B:n tuottoprosentti ($=Y$) noudattaa normaalijakaumaa $N(11, 4.0^2)$. Lisäksi oletetaan, että X ja Y ovat toisistaan riippumattomat.
- Hahmottele X :n ja Y :n tiheysfunktioiden kuvaajat samaan kuvioon.
 - Mikä on todennäköisyys, että b1) A:n, b2) B:n tuottoprosentti on negatiivinen?
 - Kumpi, A vai B, antaa suuremmalla todennäköisyydellä tuotoksi yli kuusi prosenttia?
 - Mikä on todennäköisyys, että A:n tuottoprosentti on suurempi kuin B:n tuottoprosentti?
8. Erääseen 10 km:n massajuoksuun osallistuneiden (useita tuhansia) juoksuaikojen jakauma oli likimain normaalijakauma odotusarvona (keskiarvona) 61 minuuttia ja keskihajontana 9 minuuttia.
- Mikä on todennäköisyys, että satunnaisesti valitun juoksuun osallistuneen aika oli alle 50 minuuttia?
 - Monellako prosentilla juoksijoista loppuaika oli yli 68 minuuttia?
 - Määrää juoksuajan c1) yläkvartiili, c2) 10 prosentin desiili.
 - Jos valitaan satunnaisesti juoksijoista kymmenen, mikä on todennäköisyys, että ainakin kolmella heistä aika oli yli 68 minuuttia ?