

806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I
Harjoitus 12, viikko 48, syksy 2010

1. Olkoon (X_1, X_2) satunnaisotos jakaumasta, jonka odotusarvo on μ ja varianssi σ^2 , μ ja σ^2 tuntemattomia.

Tarkastellaan kolmea μ :n piste-estimaattoria

$$U = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2, \quad V = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2, \quad \text{ja} \quad Y = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$$

- a) Osoita, että kaikki kolme ovat harhattomia μ :n estimaattoreita.
- b) Mikä estimaattoreista on tehokkain ts. millä estimaattoreista on pienin varianssi?
2. Halutaan estimoida erään ruokakaupan asiakkaiden keskimääräinen viipymisaika liikkeessä ($= \mu$). Kuudentoista satunnaisesti valitun asiakkaan otoksesta saatiin viipymisaikojen keskiarvoksi 25 minuuttia. Oletetaan, että viipymisaika ($= x$) noudattaa normaalijakaumaa ja oletetaan (aiempien tulosten perusteella), että σ ($=$ viipymisaikojen keskihajonta populaatiossa) on 6 minuuttia.
- a) Määrää μ :lle piste-estimaatti.
- b) Määrää μ :lle b1) 90%:n, b2) 95%:n luottamusväli. Tulkitse saadut välit.
- c) Mikä pitäisi otoskoon olla, jos haluttaisiin, että μ :n c1) 90%:n, c2) 95%:n luottamusvälin pituus olisi korkeintaan neljä minuuttia ts. virhemarginaali olisi korkeintaan kaksi minuuttia?
3. Muuttujan x tiedetään noudattavan populaatiossa normaalijakaumaa $N(\mu, 17^2)$. n :n suuruudessa satunnaisotoksessa ko. populaatiosta x :n keskiarvoksi ($= \bar{x}$) saatiin 123.
- a) Määrää μ :lle ($=$ populaation keskiarvo) 95%:n luottamusväli, jos otoskoko n on a1) 9, a2) 36, a3) 100.
- b) Miten otoskoon kasvaminen vaikuttaa virhemarginaaliin? Vertaile a)-kohdassa saatuja tuloksia.
- c) Miten luottamustason ($= 1 - \alpha$) kasvattaminen vaikuttaa virhemarginaaliin? Määrää esim. μ :n 99%:n luottamusväli, kun $n = 9$ ja vertaa saatua väliä a1)-kohdassa saatuun.
4. Lämpökynntilöitä valmistavan yrityksen tuotantolinjalta valittiin satunnaisesti 10 kynntilää ja näiden paloajat (minuuteissa) mitattiin. Tulokset olivat:
223, 245, 215, 256, 262, 233, 248, 261, 231, 268.
- Oletetaan, että kynntilöiden paloaja ($= x$) noudattaa normaalijakaumaa $N(\mu, \sigma^2)$, missä μ ja σ^2 ovat tuntemattomia.
- a) Määrää μ :lle ja σ^2 :lle piste-estimaatti.
- b) Määrää μ :lle b1) 95%:n, b2) 99%:n luottamusväli. Tulkitse saadut välit.
- c) Määrää σ^2 :lle 98%:n luottamusväli ja tulkitse se.
- d) Kynntilöiden valmistaja ilmoittaa keskimääräiseksi paloajaksi neljä tuntia. Kommentoi tätä väitettä b)-kohdassa saamiesi luottamusvälien perusteella.

5. Suuren yrityksen johto halusi selvittää yrityksen työntekijöiden suhtautumista suunniteltuun uuteen bonusjärjestelmään. Satunnaisesti valituista 344 työntekijästä 261 kannatti uutta bonusjärjestelmää. Määrää uutta bonusjärjestelmää kannattavien suhteelliselle osuudelle populaatiossa ($= \pi$)
- piste-estimaatti
 - b1) 90 %:n, b2) 95 %:n luottamusväli.
Tulkitse saadut välit.
6. O:n kaupungissa halutaan tutkia, miten suuri osuus täysi-ikäisistä kaupunkilaisista kannattaa suunnitteilla olevaa isoa rakennushanketta. Miten suuri otos yli 18-vuotiaista kaupunkilaisista pitäisi ottaa, jos haluttaisiin 95%:n varmuus, että rakennushanketta kannattavien osuus populaatiossa poikkeaa korkeintaan 2.5 prosenttiyksikköä otoksessa havaitusta kannattajien osuudesta?
7. Puolueen AB kannatuksen 95%:n luottamusväliksi saatiin äänioikeutettujen suomalaisten satunnaisotokseen perustuvassa tutkimuksessa (18.4%, 22.4%).
- Tulkitse saatu väli.
 - Määrää puolueen AB kannatuksen piste-estimaatti.
 - Määrää luottamusvälin laskemisessa käytetty otoskoko.

MIKROLUOKKAHARJOITUKSET VIIKOILLA 48 ja 49

RYHMÄT:

TIISTAI	KLO	12.15 - 13.45	M304	Ville Huikari
TIISTAI	KLO	14.15 - 15.45	M304	Ville Huikari
KESKIVIikko	KLO	12.15 - 13.45	M304	Jari Päckilä
KESKIVIikko	KLO	12.15 - 13.45	M302	Ville Huikari
KESKIVIikko	KLO	14.15 - 15.45	M304	Jari Päckilä
TORSTAI	KLO	8.30 - 10.00	M304	Päivi Laukkanen
TORSTAI	KLO	10.15 - 11.45	M304	Päivi Laukkanen
TORSTAI	KLO	10.15 - 11.45	M302	Ville Huikari
TORSTAI	KLO	12.15 - 13.45	M302	Marjatta Mankinen
TORSTAI	KLO	14.15 - 15.45	M302	Ville Huikari
TORSTAI	KLO	16.15 - 17.45	M302	Marjatta Mankinen
PERJANTAI	KLO	10.30 - 12.00	M302	Ville Huikari
PERJANTAI	KLO	12.15 - 13.45	M304	Päivi Laukkanen
PERJANTAI	KLO	12.15 - 13.45	M302	Ville Huikari

HUOM. Aloitusajat!