

# Matematiikan perusteet taloustieteilijöille Ia

Harjoitus 5, syksy 2011

1. Ratkaise seuraavat yhtälöt

a)  $2 \log_5 (x + 1) = 1$

Vast:  $x = \sqrt{5} - 1$

b)  $\log_{10} (x^2 - 1) = 1 + \log_{10} (x - 1)$

Vast:  $x = 9$

c)  $2^{x^2} = 3^{2x}$

Vast:  $x = 0 \vee x = \log_2 9 = 2 \frac{\ln 3}{\ln 2}$

d)  $\log_3 (2x) = \log_9 (3x)$

Vast:  $x = \frac{3}{4}$

e)  $\log_2 (2x) = \log_3 x$

Vast:  $x = {}^{\log_2 3 - 1} \sqrt{\frac{1}{3}}$ .

2. Ratkaist seuraavat epäyhtälöt

(a)  $\log_{\frac{1}{2}} (2x - 1) + 2 > \log_{\frac{1}{2}} (3x - 4)$

Vast:  $x > \frac{3}{2}$

(b)  $\log_{\frac{1}{2}} (2x) < \log_2 7$

Vast:  $x > \frac{1}{14}$

(c)  $2^{x^2} < 3^{2x}$

Vast:  $0 < x < \log_2 9$

3. Etsi seuraavien funktioiden määrittelyjoukot

a)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x-1}} - \sqrt{1-x^2}$

Vast:  $D_f = ]\frac{1}{4}, 1]$

b)  $f(x) = \sqrt{\sqrt{x}-1}$

Vast:  $D_f = [1, \infty[$ .

4. Olkoon  $f(x) = 2x^2 + 3$  ja  $g(x) = \sqrt{x-1}$ . Määrää

a)  $(f \circ g)(x)$  ja  $(f \circ g)(1)$

Vast:  $(f \circ g)(x) = 2x + 1$

b)  $(g \circ f)(x)$  ja  $(g \circ f)(1)$

Vast:  $(g \circ f)(x) = \sqrt{2x^2 + 2}$

c)  $(f \cdot g)(x)$  ja  $(f \cdot g)(2)$

d)  $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$  ja  $\left(\frac{f}{g}\right)(2)$

e)  $D_{f \circ g}$ ,  $D_{g \circ f}$ ,  $D_{f \cdot g}$  ja  $D_{\frac{f}{g}}$

Vast:  $D_{f \circ g} = [1, \infty[$ ,  $D_{g \circ f} = \mathbb{R}$ ,  
 $D_{f \cdot g} = [1, \infty[$  ja  $D_{\frac{f}{g}} = ]1, \infty[$