

Matematiikan perusteet taloustieteilijöille Ia

Harjoitus 7, syksy 2011

1. Määritä

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$ Vast: $\frac{9}{2}$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4} \right)$ Vast: $-\frac{1}{4}$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^3 - 4x^2 - 5x + 3}{2x^2 + 3x - 2}$ Vast: $-\frac{6}{5}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + x^3 + x^4 - 4}{x - 1}$ Vast: 10

2. Määritä

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{2x^3 + 1}$ Vast: 0

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x + 1}{2x^2 + 5x + 2}$ Vast: $\frac{3}{2}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 4x}$ Vast: ∞

3. Määritä

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^4 + 2x^2 + 1)$ Vast: ∞

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^5 + 2x^2 + 1)$ Vast: ∞

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sqrt{x^2 - x + 1})$ Vast: ∞

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$ Vast: 2

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$ Vast: $\frac{1}{2}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} + 1}{x}$ Vast: \nexists

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} \right)$ Vast: ∞

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - x + 1})$ Vast: $\frac{1}{2}$

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$ Vast: -1

j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - 1}}{2x}$ Vast: $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Onko funktio $f(x)$ jatkuva, kun

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 2, & x \leq 1 \\ 3x, & 1 < x < 2 \\ 2x^2 - 5, & x \geq 2 \end{cases} \quad \text{Vast: ei jatkuva kohdassa } x = 2.$$

5. Voidaanko funktio $f(x) = \frac{x-1}{|x-1|}$ määritellä kohdassa $x = 1$ niin, että se olisi jatkuva tuossa kohdassa?