

# Matematiikan perusteet taloustieteilijöille Ib

Harjoitus 3, syksy 2011

1. Laske  $(f^{-1})'(2)$ , kun  $f(x) = \sqrt{x-1}$ . Vast: 4

2. Tutki seuraavan funktion jatkuvuutta ja derivoituvuutta

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq -1 \\ x+1, & -1 < x < 1 \\ x^2+1, & 1 \leq x \leq 3 \\ 6x-8, & x > 3 \end{cases}$$

3. Määritä  $f'(x_0)$ , jos  $y = f(x)$  on derivoituva funktio, joka on määritelty implisiittisesti seuraavilla yhtälöillä.

a)  $x^2 + 3xy + 2y^2 - 3 = 0$ ,  $x_0 = -1$  Vast:  $-\frac{4}{5}$  tai  $-\frac{7}{10}$

b)  $\frac{x+y}{xy} + \frac{3}{4} = 0$ ,  $x_0 = -1$ . Vast:  $-16$

4. Laske raja-arvot (L'Hospital)

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^2 - 2x + 1}$  Vast:  $-1$  (Huom. 2 x L'H)

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}$  Vast: 1

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{3x} - 5x)}{x}$  Vast:  $-2$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^{3x} - 5x)}{x}$  Vast: 3

5. Olkoon  $f(x) = \ln x$ , alkutilanne  $x_0 = e$  ja muuttujan  $x$  muutos  $\Delta x = 10$ . Mikä on tällöin funktion todellinen muutos  $\Delta f$  ja differentiaali  $df$ .

Vast:  $\Delta f = 1,5430$ ,  $df = 3,6788$