

Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

Harjoitus 2, syksy 2011

1. Ratkaise epäyhtälöt

$$\text{a) } \frac{1}{1-x} > 1+x, \quad \text{b) } \frac{x}{x+2} > \frac{x+3}{3x+1}.$$

2. Ratkaise yhtälöt

- a) $2 < |x - 3| < 3,$
- b) $|x - a| < |x - (a + 1)| \quad (a \in \mathbb{R} \text{ vakio}),$
- c) $| |x + 3| - |x - 2| - |x| | \leq 1.$

3. Määräää $\mathcal{M}(f)$ ja $\mathcal{A}(f)$, kun

$$\text{a) } f(x) = \sqrt{1 - x^2}, \quad \text{b) } f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}.$$

4. Olkoot f ja g funktioita, joille

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4} \quad \text{ja} \quad g(x) = \frac{a}{x - 2} + \frac{b}{x + 2}.$$

Osoita, että $\mathcal{M}(f) = \mathcal{M}(g)$. Onko mahdollista määritää vakioille a ja b sellaiset arvot, että $f = g$?

5. Tutki, mitkä seuraavista funktioista ovat bijektiota $\mathcal{M}(f) \rightarrow \mathcal{A}(f)$. Määräää f^{-1} : $\mathcal{A}(f) \rightarrow \mathcal{M}(f)$ mikäli mahdollista.

- a) $f(x) = x^2 + 2, x \in \mathbb{R},$
- b) $f(x) = x^2 + 2, x \geq 0,$
- c) $f(x) = x^2 + 2, x \leq 0,$
- d) $f(x) = x|x|, x \in \mathbb{R},$
- e) $f(x) = x^2 + x, x \in \mathbb{R},$
- f) $f(x) = \frac{1}{x}, x > 0.$