

Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

Harjoitus 6, syksy 2011

1. Osoita, että $\overline{\arcc} \tan x + \overline{\arcc} \cot x = \frac{\pi}{2}$ aina kun $x \in \mathbb{R}$.
2. Funktio $f(x) = \overline{\arcc} \sin(1 - x^2)$, $x \in [0, 1]$, on bijektio $\mathcal{M}(f) \rightarrow \mathcal{A}(f)$. Määräää $\mathcal{A}(f)$ ja $f^{-1}(x)$.
3. Sievennä lausekkeet $\sin(2\overline{\arcc} \tan x)$ ja $\cos(2\overline{\arcc} \tan x)$, $x \in \mathbb{R}$.
4. Osoita, että $(z_1 z_2) z_3 = z_1 (z_2 z_3)$, kun $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$.
5. Määräää $\operatorname{Re} z$ ja $\operatorname{Im} z$, kun
 - a) $z = (2 - 3i)(4 - 5i)$,
 - b) $z = \frac{2 + 3i}{3 - 2i}$,
 - c) $z = (1 + 2i)^3$.
6. Ratkaise z yhtälöstä
 - a) $(1 + 3i)\bar{z} = 5 - 2i$,
 - b) $2z + \bar{z} = 6 - i$,
 - c) $3\bar{z} + iz = i$,
 - d) $\frac{z}{1 + \bar{z}} = 1 + i$.