

RENKAAT, KUNNAT JA POLYNOMIT

Harjoitus 1, syksy 2011

1. Olkoon $M = \{A \mid A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$. Osoita, että $(M, +, \cdot)$ on rengas, missä $(+)$ ja (\cdot) ovat matriisien yhteenlasku ja kertolasku operaatiot. Onko kyseessä kommutatiivinen rengas?

2. Määritellään joukossa \mathbb{Z} laskutoimitukset $(*)$ ja (\circ) seuraavasti:

$$a * b = a + b - 1,$$

$$a \circ b = a + b - ab.$$

Osoita, että $(\mathbb{Z}, *, \circ)$ on kommutatiivinen rengas.

3. Olkoon $S = \{A \mid A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}\}$. Osoita, että $(S, +, \cdot)$ on rengas. Onko kyseessä kommutatiivinen rengas? Onko $(S, +, \cdot)$ tehtävän 1 renkaan $(M, +, \cdot)$ alirengas?

4. Rengasta R sanotaan Boolean renkaaksi, mikäli $x^2 = x$ aina, kun $x \in R$. Osoita, että Boolean rengas on kommutatiivinen.