

Ryhmäteoria

Harjoitus 9 syksy 2011

1. Olkoon $\{1\} < N \trianglelefteq G$. Sanotaan, että N on ryhmän G minimaalinen normaali aliryhmä, mikäli ehdosta $M < N$ ja $M \trianglelefteq G$ seuraa aina, että $M = \{1\}$. Osoita, että ratkeavan äärellisen ryhmän G minimaalinen normaali aliryhmä N on Abelin ryhmä.
2. Jatkoa tehtävään 1: Osoita, että $|N|$ on alkuluvun potenssi.
3. Olkoon K äärellinen kunta ja $a \in K$. Osoita, että yhtälöllä $x^2 - y^2 = a$ on ratkaisupari (x, y) .
4. Olkoon $R = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in SL(2, 5)$. Määrää alkion R kertaluku.
5. Kuinka monta konjugaattia alkiolla R on ryhmässä $SL(2, 5)$?