

806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I
Harjoitus 10, viikko 46, syksy 2011

1. Eräällä professorilla on tapana jatkaa luentoa vielä varsinaisen päättymisajan jälkeen. Tämän yliajan ($=X$, min.) on opiskelijoiden tekemien mittausten perusteella todettu noudattavan likimain tasaista jakaumaa välillä 0:sta 10:een.
 - a) Esitä X :n tiheysfunktio ja kertymäfunktio ja piirrä niiden kuvaajat.
 - b) Mikä on todennäköisyys, että luento menee yliajalle
 - b1) korkeintaan kaksi minuuttia,
 - b2) yli kuusi minuuttia ?
 - c) Laske X :n odotusarvo ja varianssi.

2. Asiakkaiden palveluajan ($= X$) erään kirjaston infotiskillä on todettu noudattavan likimain eksponenttijakaumaa keskimääräisen palveluajan ($=$ odotusarvon) ollessa 5 minuuttia.
 - a) Esitä X :n tiheysfunktio ja kertymäfunktio ja piirrä (hahmottele) niiden kuvaajat.
 - b) Monellako prosentilla infotiskillä asioivista palveluaika kestää
 - b1) korkeintaan minuutin,
 - b2) vähintään viisi minuuttia,
 - b3) kolmesta kymmeneen minuuttia?
 - c) Mikä on todennäköisyys, että asiakasta, jota on jo palveltu 10 minuuttia, palvelullaan vielä yli viisi minuuttia?
 - d) Määrää palveluajan mediaani ja varianssi.

3. Satunnaismuuttuja $Z \sim N(0, 1)$.
Määrää seuraavat todennäköisyydet:
 - a) $P(Z > 0)$, b) $P(Z \geq 0)$, c) $P(Z > 0.54)$,
 - d) $P(Z > -2.27)$, e) $P(Z < -1.87)$, f) $P(Z \leq 1.42)$,
 - g) $P(|Z| > 1.7)$, h) $P(-0.65 \leq Z \leq 0.30)$, i) $P(Z > 3.98)$.

4. Satunnaismuuttuja $Z \sim N(0, 1)$.
Määrää z siten, että
 - a) $P(Z \geq z) = 0.5$, b) $P(Z \geq z) = 0.2643$,
 - c) $P(Z \leq z) = 0.8729$, d) $P(Z \leq z) = 0.1500$.

5. Satunnaismuuttuja $X \sim N(117, 15^2)$.
 - a) Määrää seuraavat todennäköisyydet:
 - a1) $P(X > 120)$, a2) $P(X \geq 95)$, a3) $P(110 \leq X \leq 140)$.
 - b) Määrää x siten, että
 - b1) $P(X \geq x) = 0.5$, b2) $P(X \geq x) = 0.30$,
 - b3) $P(X \leq x) = 0.15$.

6. Osoita, että normaalijakaumaa $N(\mu, \sigma^2)$ noudattavalle satunnaismuuttujalle X on voimassa seuraavat tulokset:
- $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0.6826$,
 - $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0.9544$,
 - $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 0.9972$.
7. Tarkastellaan kahta sijoitusvaihtoehtoa A ja B, joihin kumpaankin liittyy epävarmuus tuoton suuruudesta. Oletetaan, että A:n tuottoprosentti ($=X$) noudattaa normaalijakaumaa $N(8, 1.2^2)$ ja B:n tuottoprosentti ($=Y$) noudattaa normaalijakaumaa $N(11, 4.0^2)$. Lisäksi oletetaan, että X ja Y ovat toisistaan riippumattomat.
- Hahmottele X :n ja Y :n tiheysfunktioiden kuvaajat samaan kuvioon.
 - Mikä on todennäköisyys, että b1) A:n, b2) B:n tuottoprosentti on negatiivinen?
 - Kumpi, A vai B, antaa suuremmalla todennäköisyydellä tuotoksi yli kuusi prosenttia?
 - Mikä on todennäköisyys, että A:n tuottoprosentti on välillä (7,10)?
8. Erääseen 10 km:n massajuoksuun osallistuneiden (useita tuhansia) juoksuaikojen jakauma oli likimain normaalijakauma odotusarvona (keskiarvona) 61 minuuttia ja keskihajontana 9 minuuttia.
- Mikä on todennäköisyys, että satunnaisesti valitun juoksuun osallistuneen aika oli alle 60 minuuttia?
 - Monellako prosentilla juoksijoista loppuaika oli yli 68 minuuttia?
 - Määrää juoksuajan c1) yläkvartiili, c2) 20 prosentin desiili.
 - Jos valitaan juoksijoista satunnaisesti kymmenen, mikä on todennäköisyys, että ainakin kolmella heistä aika oli yli 68 minuuttia ?

Vastauksia:

teht.2 b1) 0.181 b2) 0.368 b3) 0.414 c) 0.368

teht.5 a1) 0.4207 a2) 0.9292 a3) 0.6178 b1) 117 b2) 124.8 b3) 101.4

teht.8 a) 0.4562 b) 0.2177 c1) 67.0 min c2) 53.4 min d) 0.376