

806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I
Harjoitus 12, viikko 48, syksy 2011

HUOM. 2. välikoe on ti 13.12. klo 10-14 salissa L1. Välikokeeseen on ilmoittauduttava weboodissa 8.12. klo 12 mennessä. Ilmoittautumiskohdassa lukee OJ Tilastotieteen perusmenetelmät I s11.

1. Olkoon (X_1, X_2) satunnaisotos jakaumasta, jonka odotusarvo on μ ja varianssi σ^2 , μ ja σ^2 tuntemattomia.
Tarkastellaan kolmea μ :n piste-estimaattoria

$$U = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2, \quad V = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2, \quad \text{ja} \quad Y = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$$

- a) Osoita, että kaikki kolme ovat harhattomia μ :n estimaattoreita.
- b) Mikä estimaattoreista on tehokkain ts. millä estimaattoreista on pienin varianssi?
2. Halutaan estimoida erään ruokakaupan asiakkaiden keskimääräinen viipymisaika liikkeessä ($= \mu$). Kuudentoista satunnaisesti valitun asiakkaan otoksesta saatiin viipymisaikojen keskiarvoksi 25 minuuttia. Oletetaan, että viipymisaika ($= x$) noudattaa normaalijakaumaa ja oletetaan (aiempien tulosten perusteella), että σ ($=$ viipymisaikojen keskihajonta populaatiossa) on 6 minuuttia.
- a) Määrää μ :lle piste-estimaatti.
- b) Määrää μ :lle b1) 90%:n, b2) 95%:n luottamusväli. Tulkitse saadut välit.
- c) Mikä pitäisi otoskoon olla, jos haluttaisiin, että μ :n c1) 90%:n, c2) 95%:n luottamusvälin pituus olisi korkeintaan neljä minuuttia ts. virhemarginaali olisi korkeintaan kaksi minuuttia?
3. Muuttujan x tiedetään noudattavan populaatiossa normaalijakaumaa $N(\mu, 17^2)$. n :n suuruudessa satunnaisotoksessa ko. populaatiosta x :n keskiarvoksi ($= \bar{x}$) saatiin 123.
- a) Määrää μ :lle ($=$ populaation keskiarvo) 95%:n luottamusväli, jos otoskoko n on a1) 9, a2) 36, a3) 100.
- b) Miten otoskoon kasvaminen vaikuttaa virhemarginaaliin? Vertaile a)-kohdassa saatuja tuloksia.
- c) Miten luottamustason ($= 1 - \alpha$) kasvattaminen vaikuttaa virhemarginaaliin? Määrää esim. μ :n 99%:n luottamusväli, kun $n = 9$ ja vertaa saatua väliä a1)-kohdassa saatuun.
4. Lämpökynntilöitä valmistavan yrityksen tuotantolinjalta valittiin satunnaisesti 10 kynntilää ja näiden paloajat (minuuteissa) mitattiin. Tulokset olivat:

223, 245, 215, 256, 262, 233, 248, 261, 231, 268

Oletetaan, että kynntilöiden paloaika ($= x$) noudattaa normaalijakaumaa $N(\mu, \sigma^2)$, missä μ ja σ^2 ovat tuntemattomia.

- a) Määrää μ :lle ja σ^2 :lle piste-estimaatti.
- b) Määrää μ :lle b1) 95%:n, b2) 99%:n luottamusväli. Tulkitse saadut välit.
- c) Määrää σ^2 :lle 98%:n luottamusväli ja tulkitse se.
- d) Kynntilöiden valmistaja ilmoittaa keskimääräiseksi paloajaksi neljä tuntia. Kommentoi tätä väitettä b)-kohdassa saamiesi luottamusvälien perusteella.
5. Suuren yrityksen johto halusi selvittää yrityksen työntekijöiden suhtautumista suunniteltuun uuteen bonusjärjestelmään. Satunnaisesti valituista 344 työntekijästä 261 kannatti uutta bonusjärjestelmää. Määrää uutta bonusjärjestelmää kannattavien suhteelliselle osuudelle populaatiossa ($= \pi$)
- a) piste-estimaatti
- b) b1) 90 %:n, b2) 95 %:n luottamusväli.
Tulkitse saadut välit.
6. Yhtenä keinona tehostaa Suomessa yliopisto-opiskelua ja samalla lyhentää opiskeluaikoa on ehdotettu siirtymistä kolmeen lukukauteen; syys-, kevät- ja kesälukukauteen. Oletetaan, että haluttaisiin selvittää, miten suuri osuus nykyisistä Suomen yliopistojen perustutkinto-opiskelijoista kannattaa kesälukukautta. Miten suuri otos opiskelijoista pitäisi ottaa, jos haluttaisiin a) 95%:n varmuus, b) 99%:n varmuus, että kesälukukautta kannattavien osuus otoksessa poikkeaa korkeintaan kaksi prosenttiyksikköä populaation vastaavasta arvosta?
7. Puolueen AB kannatuksen 95%:n luottamusväliksi saatiin äänioikeutettujen suomalaisten satunnaisotokseen perustuvassa tutkimuksessa (18.4%, 22.4%).
- a) Tulkitse saatu väli.
- b) Määrää puolueen AB kannatuksen piste-estimaatti ko. tutkimuksessa.
- c) Määrää luottamusvälin laskemisessa käytetty otoskoko.

Vastauksia:

- 2) b1) (22.5 min, 27.5 min) b2) (22.1 min, 27.9 min) c1) $n \geq 25$ c2) $n \geq 35$
- 3) a1) (111.9, 134.1) a2) (117.5, 128.6) a3) (119.7, 126.3)
- 4) a) 244.2 min ja 324.6 min² b1) (231.3 min, 257.1 min)
b2) (225.7 min, 262.7 min) c) (134.8 min², 1397.9 min²)
- 5) a) 0.759 b1) (0.721, 0.797) b2) (0.714, 0.804)
- 6) a) $n \geq 2401$ b) $n \geq 4161$
- 7) c) 1560

HUOM. Viikojen 48 ja 49 mikroluokkaharjoitusten ajat seuraavalla sivulla.

MIKROLUOKKAHARJOITUSRYHMÄT VIIKOLLA 48
(joitakin muutoksia kurssin alussa ilmoitettuihin!)

HUOM. Aloitusajat!

TIISTAI	KLO	12.15 - 13.45	M302	Jari Päckilä
TIISTAI	KLO	14.15 - 15.45	M302	Päivi Laukkanen
KESKIVIIKKO	KLO	8.30 - 10.00	M302	Päivi Laukkanen
KESKIVIIKKO	KLO	12.30 - 14.00	M302	Jari Päckilä
KESKIVIIKKO	KLO	14.15 - 15.45	M304	Jari Päckilä
KESKIVIIKKO	KLO	14.30 - 16.00	M302	Päivi Laukkanen
KESKIVIIKKO	KLO	16.00 - 17.30	M302	Marjatta Mankinen
TORSTAI	KLO	8.30 - 10.00	M302	Päivi Laukkanen
TORSTAI	KLO	10.15 - 11.45	M302	Päivi Laukkanen
TORSTAI	KLO	10.15 - 11.45	M304	Marjatta Mankinen
TORSTAI	KLO	12.15 - 13.45	M302	Eeva Vaaramo
TORSTAI	KLO	14.15 - 15.45	M302	Eeva Vaaramo
TORSTAI	KLO	16.15 - 17.45	M302	Eeva Vaaramo
PERJANTAI	KLO	9.00 - 10.30	M302	Päivi Laukkanen
PERJANTAI	KLO	12.15 - 13.45	M302	Eeva Vaaramo
PERJANTAI	KLO	12.15 - 13.45	M304	Marjatta Mankinen
PERJANTAI	KLO	14.15 - 15.45	M302	Päivi Laukkanen

VIKOLLA 49 tiistaina 6.12. (itsenäisyyspäivä) harjoituksia ei ole, muut ryhmät kuten viikolla 48. Lisäksi maanantaina 12.12. on kaksi ryhmää 10.15-11.45 ja 12.15-13.45, molemmat salissa M302, opettajana Päivi Laukkanen.

Jos mahdollista, käy harjoituksissa samassa ryhmässä kuin kolmella ensimmäisellä kerralla!