Todennäköisyyslaskenna peruskurssi

Harjoitus 2 syksy 2011

1. (a) Kuinka monella tavalla 15 henkilöä voivat asettua pyöreän pöydän ympärille? Kahta sijoittelua pidetään samana, jos ne saadaan toisistaan pöydän kierrolla.

   (b) Oletetaan, että henkilöt edustivat 15 maan YK–valtuuskuntia turvallisuusneuvostossa. Millä todennäköisyydellä Englannin ja Ranskan edustajat istuvat vierekkäin, mutta Yhdysvaltojen ja Venäjän eivät?

2. Valitaan n henkilön joukosta k–henkinen komitea, jossa yksi henkilö on puheenjohtajana. Montako eri komiteaa voidaan muodostaa, kun tulkitaan eri komiteoiksi myös ne, joissa on samat jäsenet mutta eri puheenjohtaja? Laske lukumäärät valitsemalla

   (a) ensin komitea ja siitä puheenjohtaja,

   (b) ensin puheenjohtaja ja sitten muut jäsenet.

   Totea lopuksi, että saadut tulokset ovat samat.

3. Opettaja luennoi saman kurssin kolmesti vuodessa 40 vuoden aikana. Jokaisella kurssilla hän kertoo 3 vitsiä. Kuinka suuri hänen vitsivarastonsa tulee olla, jotta hänen ei tarvitse kertoa millekään kahdelle kurssille täsmälleen samoja vitsejä? Entä, jos hän kertoo 4 vitsiä joka kurssilla.

4. Laatikossa on 15 palloa, joista 5 on valkoista. Palloista valitaan umpimähkään ilman takaisinpanoa 10 palloa. Millä todennäköisyydellä otoksessa on

   (a) ainakin yksi valkoinen pallo,

   (b) kaikki valkoiset pallot?

5. Joukosta E, jossa on N alkiota otetaan n:n alkion satunnaisotos. Laske todennäköisyys sille, että tietty alkio $a \in E$ on mukana otoksessa, kun otanta tapahtuu

   (a) ilman takaisinpanoa,

   (b) takaisinpanolla.

6. 1500 m juoksussa on 36 kilpailijaa, jotka jaetaan arpomalla kolmeen alkuerään. Kussakin erässä on 12 kilpailijaa. Millä todennäköisyydellä Suomen Aalto ja Kenian Korir joutuvat samaan erään?

7. Laatikossa on N palloa, jotka on numeroitu luvuin $1, 2, \ldots, N$. Kokeessa nostetaan n palloa. Laske todennäköisyys sille, että suurin esiintyneistä luvuista on k, kun otanta tapahtuu

   (a) takaisinpanolla,

   (b) ilman takaisinpanoa.

   (Opastus: Käytä hyväksi tapahtumia $B_k =$"suurin luku on enintään k".)