

Todennäköisyyslaskenna peruskurssi

Harjoitus 6 syksy 2011

1. Tehtaassa valmistetaan lentopostikirjekuoria. Oletamme, että kirjekuoren paino X noudattaa $N(1,95, 0,05^2)$ -jakaumaa.

- (a) Mikä on todennäköisyys sille, että umpimähkään valitun kirjekuoren paino on rajojen 1,8 g ja 2,1 g välissä?
- (b) Mikä on todennäköisyys sille, että umpimähkään valitun kirjekuoren paino on yli 2 grammaa?
- (c) Mikä on 100 kuoren pakkauksessa olevien yli 2 g painavien kuorten lukumäärän odotusarvo?

2. Määritä $E(X)$, kun satunnaismuuttajalla X on jatkuva jakauma tiheysfunktionaan f , missä

$$(a) f(x) = \begin{cases} \frac{8}{x^3}, & \text{kun } x > 2 \\ 0 & \text{muulloin;} \end{cases}$$
$$(b) f(x) = \begin{cases} xe^{-\frac{1}{2}x^2}, & \text{kun } x > 0, \\ 0 & \text{muulloin.} \end{cases}$$

3. Olkoot X_1, X_2 ja X_3 riippumattomia, $N(1,3)$ jakautuneita satunnaismuuttujia. Laske

$$P\{X_1 + X_2 + X_3 > 0\}.$$

4. Mittausvirheet X_1, X_2, \dots, X_n ovat riippumattomia satunnaismuuttujia yhteisenä jakaumanaan $N(0, \sigma^2)$ ja

$$P(|X_i| < a) = 0,95 \text{ kaikilla } i = 1, 2, \dots, n.$$

Millä indeksin n arvolla keskiarvolle \bar{X} pätee

$$P\{|\bar{X}| < \frac{a}{100}\} = 0,95?$$

5. Johda satunnaismuuttujan $2X^2 + 1$ jakauma, kun $X \sim N(0,1)$.

6. xy -tason pisteessä $(0,1)$ lähtee valonsäde alaspäin. Tämä muodostaa y -akselin kanssa kulman Θ , jonka jakauma on $\text{Tas}(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. Olkoon X sen pisteen x -koordinaatti, jossa valonsäde leikkaa x -akselin. Johda satunnaismuuttujan X kertymä- ja tiheysfunktiot. Onko satunnaismuuttujalla X odotusarvoa?