

Todennäköisyyslaskenna peruskurssi

Harjoitus 7 syksy 2011

- Viidentoista arvan joukossa on kolme, joilla voittaa 10 euroa ja neljä, joilla voittaa 3 euroa. Loput arvat ovat tyhjiä. Olkoon $X =$ ”Kaksi arpaa ostavan henkilön voittosumma”. Laske $E(X)$.
- Osoita, että tapahtumat A_1 ja A_2 ovat riippumattomia jos ja vain jos satunnaismuuttujat $\mathbf{1}_{A_1}$ ja $\mathbf{1}_{A_2}$ ovat riippumattomia.
- Osoita, että tapahtumat A ja B ovat riippumattomia, jos ja vain jos $\text{Cov}(\mathbf{1}_A, \mathbf{1}_B) = 0$.
- Olkoon X satunnaismuuttuja, jonka jakauma on $\text{Tas}(0, 1)$. Laske $E(X^2)$ ja $E(\sin(2\pi X))$.
- Olkoot X ja Y riippumattomia, odotusarvoinaan μ_1 ja μ_2 sekä variansseinaan σ_1 ja σ_2 . Lausu näiden avulla
 - $E(aX + bY)$, missä a ja b ovat vakiota,
 - $D^2(aX + bY)$, missä a ja b ovat vakiota,
 - $E\left(\left(\frac{X-Y}{2}\right)^2\right)$.
- Olkoon $\{X_1, X_2, \dots, X_{10}\}$ otos jakaumasta $\text{Tas}(0, 1)$. Määritä normaaliapproksimaatiolla likiarvo todennäköisyydelle $P\left\{\sum_{k=1}^{10} X_k > 7\right\}$.
- Asiakkaan ostosten summa pyöristetään lähimpään 5 senttiin. Yhden asiakkaan pyöristysvirheestä liikkeenharjoittajalle koituva tappio on satunnaismuuttuja, joka saa arvot $-2, -1, 0, 1, 2$. Kunkin arvon todennäköisyys on $\frac{1}{5}$. Olkoon X 10 000 asiakkaan aiheuttama kokonaistappio. Laske normaaliapproksimaatiolla todennäköisyyden $P\{X > 2 \text{ euroa}\}$ kolmidesimaalinen likiarvo.