

Matematiikan perusteet taloustieteilijöille Ia

Harjoitus 5, syksy 2012

1. Ratkaise seuraavat yhtälöt

- a) $2 \log_5 (x + 1) = 1$ Vast: $x = \sqrt{5} - 1$
- b) $\log_{10} (x^2 - 1) = 1 + \log_{10} (x - 1)$ Vast: $x = 9$
- c) $2^{x^2} = 3^{2x}$ Vast: $x = 0 \vee x = \log_2 9 = 2 \frac{\ln 3}{\ln 2}$
- d) $\log_3 (2x) = \log_9 (3x)$ Vast: $x = \frac{3}{4}$

2. Määrä funktion $f(x)$ käänteisfunktio $f^{-1}(x)$

- a) $f(x) = \sqrt{x - 1}$ Vast: $f^{-1}(x) = x^2 + 1$
- b) $f(x) = 5x + 3$ Vast: $f^{-1}(x) = \frac{1}{5}x - \frac{3}{5}$.
- c) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ Vast: $f^{-1}(x) = -1 \pm \sqrt{x}$

3. Ratkaise yhtälöparit

- a) $\begin{cases} -x - y + 2 = 0 \\ 2x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$ Vast: $\forall x \in \mathbb{R}, y = -x + 2$
- b) $\begin{cases} 3x - 4y + 7 = 0 \\ 6x - 2y - 3 = 0 \end{cases}$ Vast: $x = \frac{13}{9}, y = \frac{17}{6}$
- c) $\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ 4x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$ Vast: ei ratk.

4. Määritä

- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} 2x^2$ e) $\lim_{x \rightarrow \infty} -2x^3$
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^2$ f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3$
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} -2x^2$ g) $\lim_{x \rightarrow \infty} 2x^3$
- d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^2$ h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^3$
- i) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^4 + 2x^2 + 1)$ Vast: ∞
- j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^5 + 2x^2 + 1)$ Vast: ∞

5. Ratkaise seuraavat epäyhtälöt

a) $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) + 2 > \log_{\frac{1}{2}}(3x - 4)$ Vast: $x > \frac{3}{2}$

b) $\log_{\frac{1}{2}}(2x) < \log_2 7$ Vast: $x > \frac{1}{14}$

c) $2^{x^2} < 3^{2x}$ Vast: $0 < x < \log_2 9$

6. Olkoon $f(x) = 2x^2 + 3$ ja $g(x) = \sqrt{x - 1}$. Määrä

a) $(f \circ g)(x)$ ja $(f \circ g)(1)$ Vast: $(f \circ g)(x) = 2x + 1$

b) $(g \circ f)(x)$ ja $(g \circ f)(1)$ Vast: $(g \circ f)(x) = \sqrt{2x^2 + 2}$

c) $(f \cdot g)(x)$ ja $(f \cdot g)(2)$

d) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ ja $\left(\frac{f}{g}\right)(2)$