

# Matematiikan perusteet taloustieteilijöille Ib

Harjoitus 2, syksy 2012

1. Määritä  $f'(x_0)$ , jos  $y = f(x)$  on derivoituva funktio, joka on määritelty implisiit-  
tisesti seuraavalla yhtälöllä.

$$\frac{x+y}{xy} + \frac{3}{4} = 0, \quad x_0 = -1. \quad \text{Vast: } -16$$

2. Laske raja-arvot (L'Hospital)

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^2 - 2x + 1}$  Vast:  $-1$  (Huom. 2 x L'H)

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{3x} - 5x)}{x}$  Vast:  $-2$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^{3x} - 5x)}{x}$  Vast:  $3$

3. Olkoon  $f(x) = \ln x$ , alkutilanne  $x_0 = e$  ja muuttujan  $x$  muutos  $\Delta x = 10$ . Mikä  
on tällöin funktion todellinen muutos  $\Delta f$  ja differentiaali  $df$ .

$$\text{Vast: } \Delta f = 1,5430, \quad df = 3,6788$$

4. Määrää seuraavien funktioiden suurin ja pienin arvo annetulla välillä käyttämällä  
ääriarvon laatutarkasteluun derivaatan merkkikaaviota

a)  $f(x) = x^2 e^{-x}, \quad [-3, 3]$

$$\text{Vast: pienin arvo: } f(0) = 0, \text{ suurin arvo: } f(-3) = 9e^3$$

b)  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1, \quad x \geq -1$

$$\text{Vast: pienin arvo: } f(-1) = -15, \text{ ei suurinta arvoa}$$

c)  $f(x) = 3x^3 - 3, \quad x \geq -1$

$$\text{Vast: pienin arvo: } f(-1) = -6, \text{ ei suurinta arvoa}$$

d)  $f(x) = 4x^4 - 4, \quad x \geq -1$

$$\text{Vast: pienin arvo: } f(0) = -4, \text{ ei suurinta arvoa}$$