

# Matematiikan perusmetodit I/soveltajat

Harjoitus 3, syksy 2012

1. Määräää  $\mathcal{M}(f)$  ja  $\mathcal{A}(f)$ , kun

a)  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ ,      b)  $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$ .

2. Olkoot  $f$  ja  $g$  funktioita, joille

$$f(x) = \frac{x+6}{x^2-4} \text{ ja } g(x) = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+2}.$$

Osoita, että  $\mathcal{M}(f) = \mathcal{M}(g)$ . Onko mahdollista määräätä vakioille  $a$  ja  $b$  sellaiset arvot, että  $f = g$ ?

3. Tutki, mitkä seuraavista funktioista ovat bijektiota  $\mathcal{M}(f) \rightarrow \mathcal{A}(f)$ . Määräää  $f^{-1} : \mathcal{A}(f) \rightarrow \mathcal{M}(f)$  mikäli mahdollista.

a)  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,      b)  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $x \geq 0$ ,  
c)  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $x \leq 0$ ,      d)  $f(x) = x|x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  
e)  $f(x) = x^2 + x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,      f)  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x < 0$ .

4. Määräää  $f^{-1}(x)$ , kun  $f(x) = x^2 + x$ ,  $x \geq -\frac{1}{2}$ .

5. Määräää yhdistetyt funktiot  $f \circ g$ ,  $g \circ f$ , kun  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$  ja  $g(x) = \sqrt{x+1}$ . Määräää lisäksi  $\mathcal{M}(f \circ g)$  ja  $\mathcal{M}(g \circ f)$ .

6. Olkoon  $f(x) = \begin{cases} x & , \text{ kun } |x| \leq 1 \\ \frac{1}{x} & , \text{ kun } |x| > 1. \end{cases}$

Määräää  $(f \circ f)(x)$ .