

## Ryhmäteoria

### Harjoitus 3 syksy 2012

1. Olkoon  $G$  yksinkertainen ryhmä ja  $|G| = 660$ . Osoita, että ryhmällä  $G$  ei ole kertalukua 66 olevaa aliryhmää.
2. Oletetaan, että  $G$  on äärellinen ryhmä ja  $p$  on pienin alkuluku, joka jakaa ryhmän  $G$  kertaluvun.  
Todista: Jos  $H < G$  ja  $[G : H] = p$ , niin  $H \triangleleft G$ .
3. Olkoon  $|G| = 1575$ ,  $N \trianglelefteq G$  ja  $H \leq G$  sekä  $|N| = 175$  ja  $|H| = 105$ . Onko  $NH \trianglelefteq G$ ?
4. Tarkastellaan alternoivaa ryhmää  $A_5$ . Onko  $A_5$  transitiivinen joukossa  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ? Osoita, että ryhmällä  $A_5$  on kertalukua 12 oleva aliryhmä  $H$ . Osoita vielä, että  $N_{A_5}(H) = H$ .