

## Ryhmäteoria

### Harjoitus 4 syksy 2012

1. Lauseen 4.3 todistuksen alussa laadittiin homomorfismi

$$f : G \rightarrow S_{|\Omega|}, f(g) = \begin{pmatrix} M \\ gM \end{pmatrix} \quad (M \in \Omega).$$

Miksi  $\text{Ker}(f) = \{1\}$ ?

2. Olkoon  $p$  alkuluku.

Todista: Jos  $|G| = p^2$ , niin  $G$  on Abelin ryhmä.

3. Olkoon  $|G| = 1701$ . Voiko  $G$  olla yksinkertainen ryhmä?

4. Määrää Sylowin 2- ja 3-aliryhmien lukumäärät alternoivassa ryhmässä  $A_5$ .

5. Olkoon  $p$  alkuluku,  $|G| = p^3$  ja olkoon  $k(G)$  ryhmän  $G$  konjugaattiluokkien lukumäärä.

Osoita: Jos  $G$  ei ole Abelin ryhmä, niin  $k(G) = p^2 + p - 1$ .