

## Ryhmäteoria

### Harjoitus 8 syksy 2012

1. Olkoon  $|G'| = m$  ja  $x \in G$ . Osoita, että alkiolla  $x$  on korkeintaan  $m$  konjugaattia ryhmässä  $G$ .
2. Osoita, että  $|C_G(x)| \geq |G/G'|$  aina, kun  $x \in G$ .
3. Olkoon  $|G| = p^2q^2$ , missä  $p$  ja  $q$  ovat alkulukuja. Osoita, että  $G$  on ratkeava.
4. Olkoon  $G$  sellainen äärellinen ryhmä, että sillä on vain yksi maksimaalinen aliryhmä. Osoita, että  $G$  on syklinen ja sen kertaluku on jonkin alkuluvun potenssi.