

## Todennäköisyyslaskenna peruskurssi

Harjoitus 2 syksy 2012

- (a) Kuinka monella tavalla 15 henkilöä voivat asettua pyöreän pöydän ympärille? Kahta sijoittelua pidetään samana, jos ne saadaan toisistaan pöydän kierrolla.
  - (b) Oletetaan, että henkilöt edustivat 15 maan YK-valtuuskuntia turvallisuusneuvostossa. Millä todennäköisyydellä Englannin ja Ranskan edustajat istuvat vierekkäin, mutta Yhdysvaltojen ja Venäjän eivät?
- Valitaan  $n$  henkilön joukosta  $k$ -henkinen komitea, jossa yksi henkilö on puheenjohtajana. Montako eri komiteaa voidaan muodostaa, kun tulkitaan eri komiteoiksi myös ne, joissa on samat jäsenet mutta eri puheenjohtaja? Laske lukumäärät valitsemalla
  - (a) ensin komitea ja siitä puheenjohtaja,
  - (b) ensin puheenjohtaja ja sitten muut jäsenet.Totea lopuksi, että saadut tulokset ovat samat.
- Opettaja luennoi saman kurssin kolmesti vuodessa 40 vuoden aikana. Jokaisella kurssilla hän kertoo 3 vitsiä. Kuinka suuri hänen vitsivarastonsa tulee olla, jotta hänen ei tarvitse kertoa millekään kahdelle kurssille täsmälleen samoja vitsejä? Entä, jos hän kertoo 4 vitsiä joka kurssilla.
- Laatikossa on 15 palloa, joista 5 on valkoista. Palloista valitaan umpimähkään ilman takaisinpanoa 10 palloa. Millä todennäköisyydellä otoksessa on
  - (a) ainakin yksi valkoinen pallo,
  - (b) kaikki valkoiset pallot?
- Joukosta  $E$ , jossa on  $N$  alkioita otetaan  $n:n$  alkion satunnaisotos. Laske todennäköisyys sille, että tietty alkio  $a \in E$  on mukana otoksessa, kun otanta tapahtuu
  - (a) ilman takaisinpanoa,
  - (b) takaisinpanolla.
- 1500 m juoksussa on 36 kilpailijaa, jotka jaetaan arpomalla kolmeen alkuerään. Kussakin erässä on 12 kilpailijaa. Millä todennäköisyydellä Suomen Aalto ja Kenian Korir joutuvat samaan erään?
- Laatikossa on  $N$  palloa, jotka on numeroitu luvuin  $1, 2, \dots, N$ . Kokeessa nostetaan  $n$  palloa. Laske todennäköisyys sille, että suurin esiintyneistä luvuista on  $k$ , kun otanta tapahtuu
  - (a) takaisinpanolla,
  - (b) ilman takaisinpanoa.(Opastus: Käytä hyväksi tapahtumia  $B_k =$ ”suurin luku on enintään  $k$ ”.)