

## Todennäköisyyslaskenna peruskurssi

Harjoitus 6 syksy 2012

1. Tehtaassa valmistetaan lentopostikirjekuoria. Oletamme, että kirjekuoren paino  $X$  noudattaa  $N(1,95, 0,05^2)$ -jakaumaa.

- (a) Mikä on todennäköisyys sille, että umpimähkään valitun kirjekuoren paino on rajojen 1,8 g ja 2,1 g välissä?
- (b) Mikä on todennäköisyys sille, että umpimähkään valitun kirjekuoren paino on yli 2 grammaa?
- (c) Mikä on 100 kuoren pakkauksessa olevien yli 2 g painavien kuorten lukumäärän odotusarvo?

2. Määritä  $E(X)$ , kun satunnaismuuttajalla  $X$  on jatkuva jakauma tiheysfunktionaan  $f$ , missä

$$(a) f(x) = \begin{cases} \frac{8}{x^3}, & \text{kun } x > 2 \\ 0 & \text{muulloin;} \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} xe^{-\frac{1}{2}x^2}, & \text{kun } x > 0, \\ 0 & \text{muulloin.} \end{cases}$$

3. Olkoot  $X_1, X_2$  ja  $X_3$  riippumattomia,  $N(1,3)$  jakautuneita satunnaismuuttujia. Laske

$$P\{X_1 + X_2 + X_3 > 0\}.$$

4. Mittausvirheet  $X_1, X_2, \dots, X_n$  ovat riippumattomia satunnaismuuttujia yhteisenä jakaumanaan  $N(0, \sigma^2)$  ja

$$P(|X_i| < a) = 0,95 \text{ kaikilla } i = 1, 2, \dots, n.$$

Millä indeksin  $n$  arvolla keskiarvolle  $\bar{X}$  pätee

$$P\{|\bar{X}| < \frac{a}{100}\} = 0,95?$$

5. Johda satunnaismuuttujan  $2X^2 + 1$  jakauma, kun  $X \sim N(0,1)$ .

6.  $xy$ -tason pisteessä  $(0,1)$  lähtee valonsäde alaspäin. Tämä muodostaa  $y$ -akselin kanssa kulman  $\Theta$ , jonka jakauma on  $\text{Tas}(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ . Olkoon  $X$  sen pisteen  $x$ -koordinaatti, jossa valonsäde leikkaa  $x$ -akselin. Johda satunnaismuuttujan  $X$  kertymä- ja tiheysfunktiot. Onko satunnaismuuttujalla  $X$  odotusarvoa?