

## Todennäköisyyslaskenna peruskurssi

Harjoitus 7 syksy 2012

- Viidentoista arvan joukossa on kolme, joilla voittaa 10 euroa ja neljä, joilla voittaa 3 euroa. Loput arvat ovat tyhjiä. Olkoon  $X =$  ”Kaksi arpaa ostavan henkilön voittosumma”. Laske  $E(X)$ .
- Osoita, että tapahtumat  $A_1$  ja  $A_2$  ovat riippumattomia jos ja vain jos satunnaismuuttujat  $\mathbf{1}_{A_1}$  ja  $\mathbf{1}_{A_2}$  ovat riippumattomia.
- Osoita, että tapahtumat  $A$  ja  $B$  ovat riippumattomia, jos ja vain jos  $\text{Cov}(\mathbf{1}_A, \mathbf{1}_B) = 0$ .
- Olkoon  $X$  satunnaismuuttuja, jonka jakauma on  $\text{Tas}(0, 1)$ . Laske  $E(X^2)$  ja  $E(\sin(2\pi X))$ .
- Olkoot  $X$  ja  $Y$  riippumattomia, odotusarvoinaan  $\mu_1$  ja  $\mu_2$  sekä variansseinaan  $\sigma_1$  ja  $\sigma_2$ . Lausu näiden avulla
  - $E(aX + bY)$ , missä  $a$  ja  $b$  ovat vakiota,
  - $D^2(aX + bY)$ , missä  $a$  ja  $b$  ovat vakiota,
  - $E\left(\left(\frac{X-Y}{2}\right)^2\right)$ .
- Olkoon  $\{X_1, X_2, \dots, X_{10}\}$  otos jakaumasta  $\text{Tas}(0, 1)$ . Määritä normaaliapproksimaatiolla likiarvo todennäköisyydelle  $P\left\{\sum_{k=1}^{10} X_k > 7\right\}$ .
- Asiakkaan ostosten summa pyöristetään lähimpään 5 senttiin. Yhden asiakkaan pyöristysvirheestä liikkeenharjoittajalle koitua tappio on satunnaismuuttuja, joka saa arvot  $-2, -1, 0, 1, 2$ . Kunkin arvon todennäköisyys on  $1/5$ . Olkoon  $X$  10 000 asiakkaan aiheuttama kokonaistappio. Laske normaaliapproksimaatiolla todennäköisyyden  $P\{X > 2 \text{ euroa}\}$  kolmidesimaalinen likiarvo.