

## Ryhmäteoria

Harjoitus 1, syksy 2013

1. Olkoon  $G$  syklinen ryhmä,  $G = \langle a \rangle$  ja  $|G| = 286$ . Luettele kaikki ryhmän  $G$  aliryhmät.
2. Osoita, että syklisen ryhmän jokainen aliryhmä on syklinen.
3. Tiedetään, että  $G$  on äärellinen ryhmä,  $|G| > 1$  ja ryhmän  $G$  ainoat aliryhmät ovat  $\{1\}$  ja  $G$ . Mitä voit sanoa ryhmän  $G$  rakenteesta?
4. Monisteen sivulla neljä tarkastellaan ryhmähomomorfismia  $f : G \rightarrow F$  ja esitetään ominaisuus  
(3)  $N \trianglelefteq G$  ja  $f$  surjektio  $\Rightarrow f(N) \trianglelefteq F$ .  
Osoita sopivan esimerkin avulla, että surjektiivisuutta koskeva oletus on välttämätön.
5. Olkoon  $S$  ryhmän  $G$  aito aliryhmä. Osoita, että joukko  $G \setminus S = \{x \in G \mid x \notin S\}$  generoi ryhmän  $G$ .