

## Ryhmäteoria

Harjoitus 2, syksy 2013

1. Olkoon  $G$  ryhmä ja  $\emptyset \neq M \subseteq G$ . Osoita, että  $N_G(M) \leq G$ .
2. Olkoot  $G$  ja  $M$  kuten yllä. Osoita, että  $C_G(M) \trianglelefteq N_G(M)$ .
3. Olkoon  $|G| = 340$  sekä  $N \trianglelefteq G$  ja  $H \leq G$ . Olkoon lisäksi  $|N| = 10$  ja  $|H| = 85$ . Määrää  $|N \cap H|$  ja  $|NH|$ . Onko  $NH \trianglelefteq G$ ?
4. Olkoon  $G$  ryhmä ja  $G/Z(G)$  syklinen. Osoita, että  $G$  on Abelin ryhmä.
5. Tarkastellaan äärellisen ryhmän  $G$  sisäisten automorfismien ryhmää  $I(G)$ . Milloin  $|I(G)|$  on alkuluku?
6. Olkoon  $G$  ryhmä,  $A \leq G$ ,  $g \in G$  sekä  $G = AA^g$ . Osoita, että  $G = A$ .