Todennäköisyyslaskenna peruskurssi

Harjoitus 6 syksy 2013

1. Tehtaassa valmistetaan lentopostikirjekuoria. Oletamme, että kirjekuoren paino X noudattaa $\mathrm{N}(1,95\ ,\ 0,05^2)$–jakaumaa.

   (a) Mikä on todennäköisyys sille, että umpimähkään valitun kirjekuoren paino on rajojen 1,8 g ja 2,1 g välissä?

   (b) Mikä on todennäköisyys sille, että umpimähkään valitun kirjekuoren paino on yli 2 grammaa?

   (c) Mikä on 100 kuoren pakkauksessa olevien yli 2 g painavien kuorten lukumäärän odotusarvo?

2. Määritä $\mathrm{E}(X)$, kun satunnaismuuttajalla X on jatkuva jakauma tiheysfunktionaan f, missä

   (a) $f(x) = \begin{cases} \frac{8}{x^3}, & \text{kun } x > 2 \\ 0 & \text{muulloin;} \end{cases}$

   (b) $f(x) = \begin{cases} xe^{-\frac{1}{2}x^2}, & \text{kun } x > 0, \\ 0 & \text{muulloin.} \end{cases}$.

3. Olkoot X_1, X_2 ja X_3 riippumattomia, $\mathrm{N}(1,3)$ jakautuneita satunnaismuuttujia. Laske
$$P\{X_1 + X_2 + X_3 > 0\}.$$

4. Mittausvirheet $X_1, X_2, \ldots, X_n$ ovat riippumattomia satunnaismuuttujia yhteisenä jakaumanaan $\mathrm{N}(0,\sigma^2)$ ja
$$P(|X_i| < a) = 0,95 \text{ kaikilla } i = 1, 2, \ldots, n.$$
   Millä indeksin n arvolla keskiarvolle $\bar{X}$ pätee
$$P\{|\bar{X}| < \frac{a}{100}\} = 0,95?$$

5. Johda satunnaismuuttujan $2X^2 + 1$ jakauma, kun $X \sim \mathrm{N}(0,1)$.

6. xy–tason pisteesä $(0,1)$ lähtee valonsäde alaspäin. Tämä muodostaa y–akselin kanssa kulman Θ, jonka jakauma on $\mathrm{Tas}(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. Olkoon X sen pisteen x–koordinaatti, jossa valonsäde leikkaa x–akselin. Johda satunnaismuuttujan X kertymä– ja tiheysfunktiot. Onko satunnaismuuttujalla X odotusarvoa?